

АКАДЕМИЯ НАУК СССР
ИНСТИТУТ ХИМИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ
ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МЕХАНИКИ

Я. Б. ЗЕЛЬДОВИЧ,
О. И. ЛЕЙПУНСКИЙ,
В. Б. ЛИБРОВИЧ

ТЕОРИЯ НЕСТАЦИОНАРНОГО ГОРЕНИЯ ПОРОХА



ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»

МОСКВА 1975

Теория нестационарного горения пороха.
Зельдович Я. Б., Лейпунский О. И.,
Либрович В. Б. М., «Наука», 1975.

Книга посвящается исследованию горения порохов и твердых ракетных топлив. Рассматриваются процессы воспламенения, погасания, горения с переменной скоростью в условиях изменяющегося давления, устойчивости горения при постоянном давлении и в камерах сгорания.

Расчитана на научных и инженерно-технических работников.

Стр. 132. Рис. 39. Табл. 8. Библ. назв. 87.

РАЗВИТИЕ НАУКИ О ГОРЕНИИ ПОРОХА. КРАТКИЙ ИСТОРИЧЕСКИЙ ЭКСКУРС

Наука о горении пороха тесно связана с практическими задачами, прежде всего с применением пороха в артиллерии и ракетной технике. В ее развитии можно выделить три периода, которые, впрочем, частично перекрывают друг друга.

Сначала были выполнены термодинамические исследования. Энергия, выделяющаяся при горении пороха, давление при горении пороха в заданном объеме — так называемая «сила пороха», показатель адиабаты пороховых газов и работа, совершаемая ими при расширении, — вот основная тематика исследований первого периода. В это время в практику вместо гетерогенных смесей, например смеси угля, серы и селитры, был введен бездымный желатинированный порох, обладающий лучшими термодинамическими свойствами.

На втором этапе исследовались задачи, для решения которых необходимо было уметь регулировать скорость горения пороха, например задача об оптимальном использовании прочности оружейного ствола. Желатинированный порох, которому легко придать нужную форму, оказался удобным для этой цели. (Любопытно, что примерно в тот же период Р. Дизель, исследуя горение в двигателе, поставил задачу реализации рабочего цикла с постоянным давлением, т. е. получения максимума мощности при данной прочности двигателя.) На этом этапе были установлены зависимости скорости горения пороха от давления и развиты экспериментальные методы, позволившие получить необходимые данные для расчетов внутренней баллистики артиллерийских орудий.

Период Великой Отечественной войны следует отнести к третьему этапу развития науки о горении пороха. В этой войне значительную роль сыграла реактивная артиллерия*, в которой применялись пороховые ракеты. В настоящее время, в 70-е годы, ракеты ассоциируются со спутниками Земли, межпланетными перелетами и освоением космоса. Но в 40-е годы важнейшим видом ракет были «катюши», пороховые снаряды скромных калибров.

* В реактивной технике желатинированный порох был предложен в 1915 г. И. П. Граве (1874—1960), впоследствии действительным членом Артиллерийской академии СССР. В 1916 г. И. П. Граве получил патент, устанавливающий его приоритет в создании ракетного двигателя с бездымным порохом [19].

Их главное преимущество по сравнению с обычной артиллерией заключалось в возможности их запуска с помощью легких и мобильных пусковых установок. Нужно отдать должное советским ученым, инженерам и конструкторам, создавшим еще до Великой Отечественной войны весьма совершенные реактивные снаряды. В значительной мере их эффективность объяснялась выбором бездымного желатинированного пороха в качестве горючего. Немецкие шестиствольные минометы с зарядом прессованного дымного пороха намного уступали советским реактивным установкам.

Вспоминая всю тяжесть военной обстановки и напряжение сил в 1941—1942 гг., можно поставить в один ряд по значению разработку реактивного вооружения в 40-х годах и послевоенную космическую программу.

Применение бездымного пороха в ракетной камере оказалось делом очень не простым. Устойчивость горения пороха при одновременном истечении газов из сопла зависит от малого отклонения от единицы показателя ν в законе горения $u_1^0 = Bp^\nu$ (u_1^0 — стационарная скорость горения, p — давление), а давление в камере пропорционально высокой степени величины коэффициента B . Это потребовало большой точности в определении скорости горения. Эти трудности можно было бы назвать «предвидимыми», поскольку они следовали из уже известных законов горения в сочетании с законом истечения газов из сверхзвукового сопла.

Однако опыт разработки реактивных зарядов показал, что существуют практически важные явления, необъяснимые в рамках прежних представлений. К этим явлениям относятся аномальное повышение давления при применении зарядов большой длины, самопроизвольное погасание и повторное воспламенение пороха («аномальное горение»), уменьшение импульса реактивной силы по сравнению с расчетным значением. В количественной трактовке этих явлений фундаментальное значение имели работы Ю. А. Победоносцева (1907—1973) и сотрудников.

Ю. А. Победоносцев впервые проанализировал влияние принципиально нового фактора — скорости движения газов внутри камеры — на внутреннюю баллистику ракетного двигателя. Введя параметр κ (в наших обозначениях P_0 — читать латинскими буквами, введен в честь Победоносцева), описывающий влияние скорости движения газов, Победоносцев получил формулы для расчета давления в ракетной камере, действительные и для длинных зарядов. Однако подход Победоносцева требовал физического обоснования.

Для объяснения упомянутых выше явлений понадобилось развить новую теорию горения пороха. Первым объектом детального изучения явились гомогенные пороха и конденсированные взрывчатые вещества, у которых атомы кислорода — основного окислителя и атомы водорода и углерода — горючего содержатся в одной молекуле (нитроглицериновые пороха, нитроглицоль и

др.). Естественно также, что изучение горения пороха началось с изучения самых простых режимов горения — стационарных.

К тому времени, когда начались эти исследования, в Советском Союзе уже существовала хорошая основа — теория распространения пламени в газах, которая родилась в стенах Института химической физики АН СССР под влиянием основополагающих идей Н. Н. Семенова в химической кинетике. Я. Б. Зельдович и Д. А. Франк-Каменецкий (1910—1970) получили формулу, связывающую скорость распространения пламени с кинетикой химической реакции [22, 23]. Возникла возможность, с одной стороны, предсказать скорости горения, исходя из механизма химической реакции, изученного, например, при однородном протекании реакции в замкнутом сосуде, и, с другой стороны, использовать пламена для изучения химической кинетики [25, 26].

Первые работы по исследованию горения жидких взрывчатых веществ (нитрогликоля) под углом зрения теории нормального распространения пламени в газах в Советском Союзе были выполнены А. Ф. Беляевым (1907—1967). Они были первым шагом в ломке представлений о кинетическом механизме горения пороха и конденсированных взрывчатых веществ, в частности представлений Летана о газификации конденсированного вещества под ударом газовых молекул, обладающих большой энергией. Отметим, кстати, что схема термодинамических расчетов продуктов сгорания пороха и температуры его горения, которая базировалась на основополагающих работах по термодинамике XIX века, сохранилась до настоящего времени, претерпев небольшие изменения.

Опыты с нитрогликолем [13] показали существование темной зоны между поверхностью вещества и газовым пламенем, предсказанное расчетом.

В начале сороковых годов в Институте химической физики были предприняты теоретические [28] и экспериментальные [50] исследования горения пороха с использованием полузамкнутого объема (модель реактивной камеры).

Было показано [28], что основные черты явления можно понять, рассматривая нестационарное горение, которое имеет свои специфические особенности. Только исходя из представлений нестационарной теории удастся описать такие практически важные явления, как зажигание пороха, его погасание при уменьшении давления, возникновение колебаний в пороховой ракетной камере и другие вопросы.

В 1942 г. было открыто новое явление — раздувание, т. е. увеличение скорости горения пороха с увеличением скорости движения продуктов сгорания вдоль поверхности пороха, исследованы его характеристики [50] и дано объяснение ему в новой теории горения пороха [36]. В частности, в результате этих работ получили физическое объяснение вышеупомянутые результаты Ю. А. Победоносцева.

Было объяснено казавшееся парадоксальным так называемое аномальное горение пороха в полузамкнутом объеме, т. е. самопроизвольное потухание горящего пороха при определенных значениях параметров: горячей поверхности, объема камеры, сечения сопла, скорости горения (или давления) и др.

Основные идеи новой теории горения пороха заключались в следующем.

1. Существуют нестационарные скорости горения пороха, частными случаями которых являются стационарная скорость горения и критическая скорость, при которой происходит погасание пороха. Стационарная скорость горения является единственной для данных давления и начальной температуры пороха; нестационарная скорость горения определяется всей предысторией процесса и поэтому может быть различной при одном и том же давлении и начальной температуре.

2. Для определения макроскопических закономерностей горения необходимо привлечь сведения о кинетике химических реакций, протекание которых составляет химическую сущность горения.

Последовательности химических процессов перехода от исходного пороха к продуктам сгорания соответствует последовательность следующих областей (зон) вблизи поверхности горящего пороха: зона прогрева от начальной температуры T_0 до температуры разложения, близкой к температуре поверхности пороха T_s , зона разложения (газификации) пороха, газовая зона, в которой происходят экзотермические газовые реакции, приводящие к конечным продуктам и конечной температуре пламени T_b . Газификация пороха поддерживается за счет тепла, подводимого к слою газификации из газовой фазы, где выделяется основная часть тепла реакции.

Эта модель является развитием схемы А. Ф. Беляева горения летучих жидких взрывчатых веществ. Существенным отличием ее от схемы А. Ф. Беляева является то, что вместо одной зоны реакции в газе существуют две области реакций: в газовой фазе и в поверхностном слое конденсированной фазы (газификация).

Реакция газификации может быть эндотермической или экзотермической, но не настолько, чтобы не требовать подвода тепла из газовой фазы.

В случае летучих веществ, т. е. в схеме А. Ф. Беляева, превращение конденсированного вещества в пар происходит в мономолекулярном слое на поверхности. В первом приближении можно считать температуру поверхности равной равновесной температуре кипения при данном давлении. Показано, что это приближение является очень хорошим. Температура поверхности горячей жидкости почти не зависит (при данном давлении) от скорости горения.

В случае пороха превращение конденсированной фазы в газ

представляет собой необратимую химическую реакцию. Данной температуре поверхности отвечает определенная скорость газификации. В реальных задачах в большинстве случаев можно считать, что к заданной внешними условиями скорости выделения тепла быстро подстраивается соответствующая температура поверхности T_s . Переменность T_s в случае порохов в дальнейшем оказалась существенной. Не менее важен, хотя и не отражен в теории нестационарного горения пороха, факт постепенного превращения конденсированной фазы в газ и существования слоя «вспененной» конденсированной фазы или «плотного дыма», имеющего конечную толщину.

Теория [28] вводит в рассмотрение новые фундаментальные величины — времена релаксации перечисленных зон. Размер и время релаксации зоны прогрева и температура вблизи поверхности горящего пороха вскоре были экспериментально измерены [4, 5].

В количественном построении теории [28] определяющим фактором является кинетика химических реакций, составляющих процесс горения. Практическое отсутствие сведений о ней заставило принять простейшую идеализацию: в обеих реакционных зонах происходят одностадийные реакции резко выраженного аррениусовского типа, т. е. в зонах реакции безразмерная энергия активации $E/RT \gg 1$ (E — энергия реакции активации, R — газовая постоянная). Тогда для газовой зоны горения можно использовать результаты [22, 23], а в зоне газификации положить $T_s = \text{const}$. Естественно, что появление новых сведений о химической кинетике должно будет вносить соответствующие коррективы в теорию.

Эксперименты показали, что при качественном согласии с выводами теории [28] имеются количественные расхождения. Первое принципиальное свидетельство о большей сложности химизма реакции было получено в 1943—1946 гг. в работах [48] и [50]: устойчивость горения пороха оказалась значительно большей, чем по теории [28], и соответствующие теоретические критерии устойчивости отличались от их экспериментально измеренных значений.

Отправляясь от этого факта, Б. В. Новожилов на основе феноменологического подхода [71] обобщил критерий устойчивости работы [28] на случай $T_s \neq \text{const}$ и устранил расхождение теории [28] с опытом; подходы к определению критерия устойчивости с учетом конкретной кинетики реакций были предложены также в [45] и [68].

Эксперименты с порохами [74], проведенные проф. П. Ф. Похилом (1904—1973), показали, что химический процесс разложения конденсированного вещества, происходящий в прогретом слое пороха, приводит к его разбрызгиванию (диспергированию). Диспергирование протекает неодинаково для разных веществ, зависит от условий (давления, температуры и т. п.), при которых

происходит горение, и может вовлекать в себя значительную часть не успешшего превратиться в газ пороха. П. Ф. Похилом было экспериментально доказано, что реакция разложения пороха является экзотермической, но не настолько, чтобы при практически применяемых температурах пороха поддерживать себя непрерывно. Иное происходит, если порох нагреть. Так, нагретый до 50°C порох горит в вакууме, где реакции в газовой фазе полностью исключаются. В обычных условиях из газа подводится только 10—20% необходимого тепла. Такое положение требует особого внимания при развитии теории процессов, протекающих в конденсированной фазе. Заметим также, что, как показали П. Ф. Похил и К. К. Андреев (1905—1964), в зависимости от условий горения конденсированная среда может терять сплошность при разных степенях превращения конденсированного вещества в газ.

Другим своеобразием горения пороха является разный механизм реакции в газе при разных условиях горения (в частности, давлении). При низких давлениях гомогенные пороха горят с образованием термодинамически неравновесных продуктов горения, содержащих большое количество окиси азота NO , т. е. достигается промежуточное (замороженное) состояние равновесия. При больших давлениях окись азота исчезает, и реакция горения протекает до конца с образованием полностью равновесных продуктов сгорания, соответствующих рассчитанным по термогазодинамическим соотношениям.

Примечательно, что в период постановки и решения практически важных задач развитие химической кинетики и теории горения подвело нас с другой стороны к тому же вопросу: каков детальный механизм и промежуточные стадии процесса превращения твердого пороха в газообразные продукты горения? Для задачи о стационарном горении при заданном давлении новые концепции дали немного: величины B и v в законе горения оказалось возможным в принципе выразить через более элементарные, хотя и неизвестные нам, характеристики высокотемпературных химических реакций. Кроме того, многостадийность процесса горения, взаимосвязь тепловых, химических, газодинамических и чисто механических явлений затрудняют построение исчерпывающей теории стационарного горения пороха. Было предложено несколько моделей горения той или иной степени сложности, однако ни одна из них не описывает удовлетворительно экспериментально наблюдаемых закономерностей.

Еще сложнее обстоит дело с горением смесевых порохов, в которых горючее и окислитель пространственно разделены и для протекания реакции необходимо, чтобы произошло их перемешивание.

Однако в области проблем нестационарного горения, устойчивости горения, условий погасания пороха и воспламенения произошло существенное продвижение благодаря появлению ка-

чественно нового взгляда на роль прогретого слоя пороха и химического превращения в газовой фазе при нестационарном горении.

В работе [28] было отмечено важное свойство горящих конденсированных систем: газовая зона горения по-иному откликается на нестационарные эффекты, чем прогретый слой в конденсированном веществе, содержащий большой запас тепла. Это позволило ввести понятие квазистационарности газовой зоны и предложить простую модель нестационарного горения пороха без привлечения теории стационарного горения. На ее основе и были получены существенные заключения относительно пределов устойчивого горения, погасания пороха при уменьшении давления, условий воспламенения и т. п. [34, 35, 50]. Для конкретной кинетики химических реакций теория [28, 35] дает количественные предсказания относительно нестационарного горения; в отношении качественных выводов она охватывает значительно более широкий круг горящих систем с еще неизученным механизмом химического превращения, так как для таких выводов от кинетики химических реакций требуется только, чтобы время релаксации прогретого слоя было существенно больше времени релаксации зон химических реакций. В этом смысле теория нестационарной скорости горения является релаксационной теорией.

В этой небольшой монографии излагаются основные достижения аналитической теории нестационарного горения порохов, полученные в Советском Союзе за последние тридцать пять лет. Ее основой явились лекции по нестационарному горению пороха, прочитанные одним из авторов в январе 1970 г. в Принстонском университете (США) в лаборатории проф. Саммерфильда. Лекции были переработаны и дополнены; в частности, в монографию были включены результаты некоторых экспериментальных исследований.

Во время подготовки рукописи к печати вышла в свет монография Б. В. Новожилова [73], также посвященная вопросам нестационарного горения пороха и твердых ракетных топлив. Ознакомление читателя с предлагаемой его вниманию монографией и монографией [73], как мы надеемся, позволит составить достаточно полное представление о современном состоянии аналитической теории нестационарного горения пороха. Предполагается, что читатель знаком с общими характеристиками порохов и твердых ракетных топлив, а также с основами внутренней баллистики и химической термодинамики; изложение этих вопросов имеется, например, в монографиях [32, 81].

По своему стилю предлагаемая монография является главой математической теории горения — новой дисциплины, возникающей на наших глазах. Однако следует подчеркнуть не только и не столько красоту и значение математической теории, но и ее ограниченность и опасность. Читателя и будущего исследователя надо предупредить о следующем.

Порох есть создание рук человеческих для определенных технических целей; выбирая темы исследования и исследуемые композиции (химический состав), нужно преимущественно ориентироваться на практически интересные задачи. В противном случае в безграничном разнообразии возможных смесей и составов утонет здоровая направленность исследования.

В основе процесса лежит химическое превращение. Нельзя безгранично уточнять и развивать математическую теорию без одновременной конкретизации химических реакций и промежуточных веществ. В результате большой активности математиков (или вследствие некоторой пассивности химиков) здесь наметилась определенная диспропорция.

До сих пор нет ясности в ряде вопросов, актуальность которых была понята почти тридцать лет назад. Неясно, например, как происходит переход от горения с образованием окиси азота (и неполным выделением энергии) при низком давлении к горению с полным выделением энергии при высоком давлении, как происходит реакция в конденсированной фазе, как конденсированная фаза частично превращается во взвесь твердых (или жидких) частиц в газе, каков размер этих частиц, их дальнейшая судьба, какова химическая кинетика в слое газификации и прилегающем слое газовой фазы. Необходимо провести детальное исследование влияния на горение потока газа, текущего вдоль поверхности пороха. В этих условиях диспергирование твердой массы и возможное плавление ее в тонком слое может приобрести значение, которого оно не имеет при спокойном оттоке газа от поверхности горения. То же относится и к кинетике догорания и раскисления окиси азота в газовой фазе.

Один знаменитый советский физик — экспериментатор, академик, формулирует свое научное кредо: «Спроси у теоретика и сделай наоборот». Активному читателю авторы посоветовали бы: прочтите эту монографию и займитесь физико-химическим экспериментом с применением современных экспериментальных методов — лазеров? электронного парамагнитного резонанса? меченых атомов? Займитесь новыми техническими применениями порохов, поисками новых оптимальных составов. Современная теория горения пороха возникла в результате союза, переплетения, а точнее, совокупления технических задач и чистой науки, и ей (науке о горении пороха) не пристало отрекаться ни от одного из своих предков.

Нам кажется, что следующий этап развития теории возникнет после некоторой паузы — но паузы, заполненной химическими и техническими исследованиями, потому что от простого «сдвига времени» пользы не будет. Но именно в преддверии такой паузы необходимо последовательное изложение накопленного и устоявшегося материала.

Предлагаемая читателю небольшая монография содержит изложение основных вопросов математической теории горения по-

роха. В монографии рассматриваются закономерности горения пороха в потоке газов и при световом облучении, при переменном давлении, погасания и воспламенения, акустические свойства горящей поверхности пороха, устойчивость стационарного горения при постоянном давлении и в ракетной камере, пределы распространения горения при теплоотводе, автоколебательные режимы горения и другие вопросы.

При написании монографии большую пользу принесли критические замечания, высказанные в различное время Г. И. Баренблаттом, Ф. И. Дубовицким, А. Г. Истратовым, Б. Н. Кондриковым, А. Д. Марголиным, А. Г. Мержановым, С. С. Новиковым, Б. В. Новожиловым, Ю. С. Рязанцевым, — авторы искренне им благодарны.

При написании этой книги глава II и части остальных глав, в которых содержатся результаты экспериментальных исследований нестационарных явлений при горении пороха, были, в основном, подготовлены и обработаны А. А. Зениным, которому авторы приносят глубокую благодарность.

Большую помощь в подготовке монографии оказывали Г. М. Махвиладзе и И. Г. Ассовский, которым авторы весьма признательны.

Плодотворными в выяснении некоторых спорных вопросов были дискуссии в Принстонском университете, в особенности с проф. М. Саммерфильдом — его авторы также благодарят за ряд замечаний.

ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ ЗОН ГОРЕНИЯ ПОРОХА

Пороха или твердые ракетные топлива относятся к классу конденсированных веществ, наиболее богатых химической энергией, способной переходить в тепло. В состав пороха входят все компоненты, необходимые для химического превращения, т. е. горючее и окислитель. В баллиститных порохах, содержащих в качестве основных компонентов нитроклетчатку и нитроглицерин, атомы углерода и водорода — горючего и атомы кислорода — основного окислителя содержатся в одних и тех же молекулах. Химическое превращение при горении баллиститного пороха заключается в разрыве химических связей молекул нитросоединений и в образовании более устойчивых связей молекул воды, углекислого газа, окиси углерода и азота. Наиболее употребительным объектом в экспериментальных исследованиях горения баллиститных порохов является порох Н, в нем содержится (в процентах к общему весу) 56,44% коллоксилина с 11,7—12,2% N, 27,72% нитроглицерина, 10,89% динитротолуола, 2,97% централита, 0,99% вазелина и 0,99% воды.

Входящий в состав пороха централит — вещество, необходимое для придания пороху химической стойкости. В качестве централита используется диметилдифенилмочевина, улавливающая окислы азота, которые образуются при разложении пороха.

В смесевых порохах горючее и окислитель пространственно разделены. Горючим, как правило, является органическая «связка» пороха — полимерные соединения, составляющие основную массу пороха и придающие ему механическую прочность. Окислителем служат частицы химически активных неорганических соединений, способных при разложении выделять кислород, хлор и другие элементы, осуществляющие окисление (типичным примером окислителя является перхлорат аммония). Пространственное разделение горючего и окислителя в смесевых порохах позволяет добиться состава, более близкого к стехиометрическому по сравнению с баллиститными порохами, и увеличить теплоту горения пороха и, соответственно, удельный импульс реактивной тяги пороховых ракет. Одновременно смесевые пороха обладают достаточной механической прочностью и безопасностью по отношению к возбуждению взрыва механическими воздействиями.

Теплота горения баллиститных порохов составляет 800—1200 кал/г (например, для пороха Н при больших давлениях она

равна 800 кал/г); теплота горения смесового пороха — 1200—1800 кал/г.

После инициирования горения по пороху распространяется волна химического превращения, в которой порох вначале прогревается до температуры, обеспечивающей достаточно высокую скорость реакции газификации твердого вещества, а затем продукты газификации реагируют в газовой фазе с образованием конечных продуктов горения пороха. Последние и используются в качестве рабочего тела в технических устройствах.

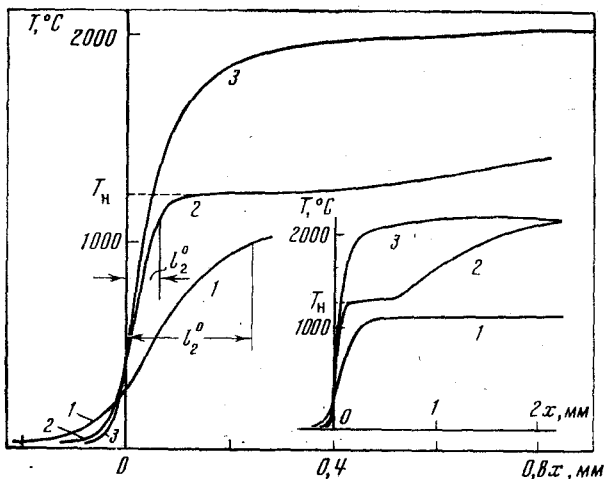
Для построения адекватной теории горения пороха необходимо иметь основные экспериментальные сведения о структуре волны горения пороха.

В этой главе приводятся экспериментальные данные о распределениях температуры в зонах прогрева, о размерах различных зон, о величинах потоков тепла из газовой фазы в порох, зависимостях температуры поверхности пороха от скорости горения и давления, а также некоторых кинетических закономерностях химических реакций, начинающихся в конденсированной фазе и заканчивающихся в газовой. Все измерения проведены для баллиститного пороха Н.

1. Методы измерения температуры в зонах горения пороха и основные результаты измерений. В настоящее время известно несколько методов измерения распределения температуры в приповерхностном слое и газовой зоне горящего пороха. При использовании метода микротермопар в порох вводится тонкая (это необходимо для более точного измерения) термопара, которая регистрирует тепловую волну, распространяющуюся по веществу. Термопара записывает сначала температуру в твердом веществе, а затем и в газе над порохом (после того как поверхность пороха пересекает спай термопары). Термопарные измерения охватывают широкий диапазон температуры: от начальной ($\sim 300^\circ \text{K}$) до температуры горения ($\sim 2500^\circ \text{K}$). Другим методом является оптический метод, который основан на обращении спектральных линий; он работает при достаточно высоких температурах и позволяет получать данные о распределении температуры в газовой фазе горения. О температуре в прогретом слое пороха можно судить также по изменению цвета подмешиваемой в порох специальной краски, чувствительной к температуре.

Здесь мы приведем данные по распределениям температуры в порохе и газовой фазе горящего пороха, полученные методом микротермопар [37].

Типичные осциллограммы распределения температуры представлены на рис. 1. Порох расположен при $x < 0$, при $x > 0$ расположена газовая фаза. Различные кривые соответствуют разным давлениям: 1 — 10 атм, 2 — 50 атм, 3 — 100 атм. При давлении 10 атм существует только низкотемпературная зона (первое пламя, горение до промежуточных продуктов) с максимальной температурой 1100°C ; при 20 атм на расстоянии не-



Р и с. 1. Распределения температур при горении пороха Н

скольких миллиметров от поверхности появляется высокотемпературная зона пламени (горение до конечных продуктов), которая отделена от низкотемпературной зоны участком со слабо растущей температурой (такая картина наблюдается вплоть до давления 60 атм). При дальнейшем росте давления зоны газовой фазы сливаются в одну. Из распределений температуры можно получить размеры зон, определить времена релаксаций зон, величину теплоподвода из газа в порох, температуру поверхности [38, 39, 41]. Оптические измерения температуры в газовой фазе (от $\sim 1000^\circ\text{C}$ и выше, см. [59]) дают результаты, близкие к распределениям, полученным термопарой.

2. Размеры прогретого слоя в порохе. Оценки толщины прогретого слоя (при разных давлениях) впервые были сделаны методом подмешанной краски, изменяющей свой цвет при нагреве, а также посредством определения калориметром запасенного в прогретом слое пороха тепла [4, 5]. Измерения температуры термопарами позволили найти толщину теплового слоя в порохе со значительно большей точностью. При изменении давления от 10 до 100 атм характерная толщина теплового слоя l_1' (толщина, на которой температура падает в e раз по сравнению с температурой поверхности) уменьшается от 60 до 20 мк (см. табл. 1).

В этой таблице сведены при разных давлениях и начальной температуре $T_0 = 20^\circ\text{C}$ следующие величины: u_1^0 — стационарная скорость горения пороха, T_s — температура поверхности, l_1' — толщина прогретого слоя в порохе, δ — отношение l_1' к характерной тепловой толщине $l_1^0 = \kappa_1 / u_1^0$ (κ_1 — температуропроводность, для пороха Н $\kappa_1 = 10^{-3} \text{ см}^2 / \text{сек}$), l_2^0 — характерная тол-

Т а б л и ц а 1

Параметры зон горения пороха Н при различных давлениях

Параметры	р, атм			
	10	20	50	100
u_1^0 , см/сек	0,19	0,34	0,67	1,06
T_s , °С	300	340	400	445
l_1' , мк	60	35	23	20
δ	1,15	1,2	1,5	2,1
l_2^0 , мк	200	150	75	110
$c_1(T_s - T_0)$, кал/г	98	112	133	149
j_q , кал/г	22	19	16	16
ε	0,23	0,17	0,12	0,11
$\lambda_2 \Phi_2^0$, кал/см ² ·сек	6,7	10,3	17,1	27,1

щина прогретого слоя в газе, $c_1(T_s - T_0)$ — запас тепла в твердом веществе на единицу массы (c_1 — теплоемкость пороха, для пороха Н $c_1 = 0,35$ кал/г·град), j_q — тепловой поток из газа в порох, отнесенный к единице массы, ε — отношение j_q к запасу тепла в конденсированной фазе, $\lambda_2 \Phi_2^0$ — тепловой поток, идущий из газа на прогрев твердого вещества (λ_2 — теплопроводность газа, Φ_2^0 — производная температуры у поверхности пороха в газе). Все величины, приводимые в таблице, относятся к стационарному горению; для подчеркивания этого обстоятельства здесь и ниже используется верхний индекс 0.

Из таблицы видно, что величина $\delta = l_1'/l_2^0$ увеличивается с давлением от 1,15 до 2,1. Отличие измеренной толщины прогретого слоя от теоретической оценки уменьшается, если при расчете не считать температуропроводность пороха постоянной, а учесть ее зависимость от температуры. Специальные измерения зависимости κ_1 от T показали, что в интервале начальных температур $T_0 = 0 \div \div 150^\circ \text{C}$ зависимость $\kappa_1(T)$ можно аппроксимировать линейной функцией $\kappa_1 = 0,8 \cdot 10^{-3} + 0,15 \cdot 10^{-5}(T - 293)$ (здесь T в градусах Кельвина). Если вычислить распределение температуры в порохе по значениям κ_1 , линейно возрастающим по указанному закону, и сравнить с реальным распределением, то по крайней мере до $u_1^0 \sim 0,6$ см/сек эти распределения совпадают в пределах ошибки 10%. При больших скоростях горения существенное отличие остается; оно может быть связано еще с тем, что с уменьшением толщины прогретого слоя возрастает ошибка измерений в методе микротермопар.

Ширина зоны реакции газификации пороха в силу резкой зависимости скорости реакции от температуры (величина энергии

активации этой реакции приводится в этой же главе) много меньше толщины прогретого слоя пороха.

3. Размеры зон газовой фазы горения. Полученные с помощью микротермопарной методики размеры зон газовой фазы также приведены в табл. 1. Величина l_2^0 — размер ближайшей к поверхности низкотемпературной или, как ее называют еще, дымогазовой зоны газовой фазы (рис. 1). Она определялась как длина, на которой температура уменьшается в e раз от $0,9T_H$, где T_H — температура низкотемпературной зоны. Приведем оценки, показывающие, что характерное время релаксации, которое можно приписать низкотемпературной зоне, много меньше соответствующего времени релаксации прогретого слоя в порохе.

Время релаксации будем определять как время пребывания частицы вещества в соответствующей зоне, т. е. $\tau_1 = l_1^0/u_1^0$, а τ_2 вычисляется по экспериментально известному температурному распределению

$$\tau_2 = \int_0^{l_2^0} \frac{dx}{u_2^0(x)} = \frac{\rho\mu}{\rho_1 u_1^0 R} \int_0^{l_2^0} \frac{dx}{T(x)},$$

где u_2^0 — скорость газа, μ — молекулярный вес газа, определяемый экспериментально, ρ_1 — плотность пороха, для пороха $\mu = 28$ г/моль, $\rho_1 = 1,6$ г/см³. Результаты расчетов приведены в табл. 2.

Таблица 2

Времена релаксации прогретого слоя пороха и низкотемпературной зоны в газовой фазе горения

p , атм	T_0 , °C	u_1^0 , см/сек	l_1^0 , мк	l_2^0 , мк	τ_1 , мсек	τ_2 , мсек
20	20	0,34	35	150	10,30	0,12
50	20	0,67	23	75	3,42	0,11
100*	20	1,06	20	110	1,89	0,16

* При $p = 100$ атм расчет τ_2 проведен для всей газовой зоны, включая и зону пламени, l_2^0 в этом случае также относится ко всему пламени.

Из таблицы видно, что время тепловой релаксации низкотемпературной зоны газовой фазы меньше времени релаксации прогретого слоя пороха для $T_0 = 20^\circ$ C при $p = 20$ атм в 90 раз, при $p = 50$ атм — в 30 раз и при $p = 100$ атм — в 12 раз.

Таким образом, экспериментальные данные показывают, что при изменении условий горения (давления, скорости газов вдоль поверхности пороха и т. п.), приводящих к изменению размеров

прогретого слоя в порохе и зон газовой фазы, распределение температуры в газовой фазе подстраивается намного быстрее под изменившиеся условия, чем прогретый слой в порохе. В теории нестационарного горения, которая рассматривается в монографии, на основании этих результатов предполагается, что газовую зону горения можно считать полностью «безынерционной» по сравнению с прогретым слоем пороха.

4. **Теплоподвод из газа в порох.** Из полученных в экспериментах распределений температуры в газовой фазе у поверхности пороха можно определить производную температуры $\Phi_2^0 = (dT/dx)_{x=+0}$ и рассчитать количество тепла (в *кал/г*), поступающее из газовой фазы в порох

$$j_q = \frac{\lambda_2}{\rho_1 u_1^0} \Phi_2^0.$$

Величины теплового потока из газа в порох $\lambda_2 \Phi_2^0$, а также тепловой энергии j_q приведены в табл. 1. В расчетах принимались экспериментальные значения λ_2 по данным работы [39], т. е. при температуре газа 300°C — $\lambda_2 = 1,35 \cdot 10^{-4}$, при 600°C — $\lambda_2 = 2,30 \cdot 10^{-4}$, при 900°C — $\lambda_2 = 2,90 \cdot 10^{-4}$ и при 1200°C — $\lambda_2 = 3,55 \cdot 10^{-4}$ (в *кал/см·сек·град*). В этой же таблице даны значения ϵ — доли подводимого теплопроводностью из газа тепла в общем приращении теплосодержания пороха при его нагревании от T_0 до T_s , т. е. величина $\epsilon = j_q/c_1 (T_s - T_0)$ (для пороха H $c_1 = 0,35$ *кал/г·град*). Из табл. 1 видно, что эта доля составляет 10—20%. Аналогичные результаты получают для опытов с различной начальной температурой пороха [40, 42]. Близкие к этим значениям получены при обработке распределений температуры, полученных оптическим методом [59].

Таким образом, эти данные показывают, что реакция газификации пороха является экзотермической реакцией (это впервые обнаружил П. Ф. Похил [74]). Тем не менее одного тепла, выделяющегося при газификации пороха, недостаточно для поддержания стационарного горения; необходим небольшой дополнительный приток тепла из газа.

Причиной этого может быть диспергирование пороха, при котором реагирующее вещество выносится из зоны газификации. Это приводит к уменьшению эффективного теплового эффекта реакции газификации. По экспериментальным оценкам П. Ф. Похила процент диспергирования может быть высоким и составлять ~70% от всего вещества.

А. Г. Мержановым были выполнены расчеты [65], показывающие, что если бы не было диспергирования и температура поверхности соответствовала бы полному выделению тепла газификации, то скорость горения пороха за счет одной лишь реакции газификации достигла бы ~250 *см/сек*, т. е. значительно превышала бы экспериментальные значения. Расчеты А. Г. Мержанова

тоже свидетельствуют о большом диспергировании (по его оценкам $\sim 75\%$).

5. Температура поверхности T_s , значения параметра $r = (\partial T_s / \partial T_0)_p$, однозначная зависимость $T_s(u_1^0)$. Экспериментально полученные значения температуры горячей поверхности T_s в зависимости от давления p при начальной температуре пороха $T_0 = 20^\circ \text{C}$ приведены на рис. 2, а (использованы данные работ [37—39, 41, 42]). Температура поверхности определялась следующим образом. При прохождении термопары через поверхность пороха она попадает в газовую среду, в которой ее теплообмен с окружающим газом значительно хуже, чем в твердом веществе. Из-за тепловой инерционности термопары на кривой $T(x)$ появляется характерный излом, по которому можно определять температуру поверхности. Полученные данные проверялись путем независимых измерений методом «следящей» термопары. В этом методе измеряется только температура поверхности горящего пороха — в течение всего опыта термопару при помощи специальных приспособлений прижимают к поверхности пороха. Данные измерений, которые приведены на рис. 2, а, б, в, характеризуются значительным разбросом. Пунктиром показан доверительный интервал измерений. Средние значения T_s для каждого из режимов горения указаны в табл. 1 и 3. По этим средним значениям проведены кривые, нанесенные на рис. 2.

Из таблицы видно, что T_s увеличивается как с ростом давления (и скорости горения) при $T_0 = \text{const}$, так и с ростом температуры T_0 (и скорости горения) при $p = \text{const}$, так что имеющая существенное значение в теории нестационарного горения производная $r = (\partial T_s / \partial T_0)_p$ заметно отличается от нуля. Приведенная на рис. 2, б зависимость $T_s = T_s(T_0)$ при $p = 1 \text{ атм}$ показывает также, что значения r увеличиваются при изменении T_0 от -196°C до 100°C от 0,2 до 0,9. Значения r при $p = 20 \text{ атм}$ трудно найти

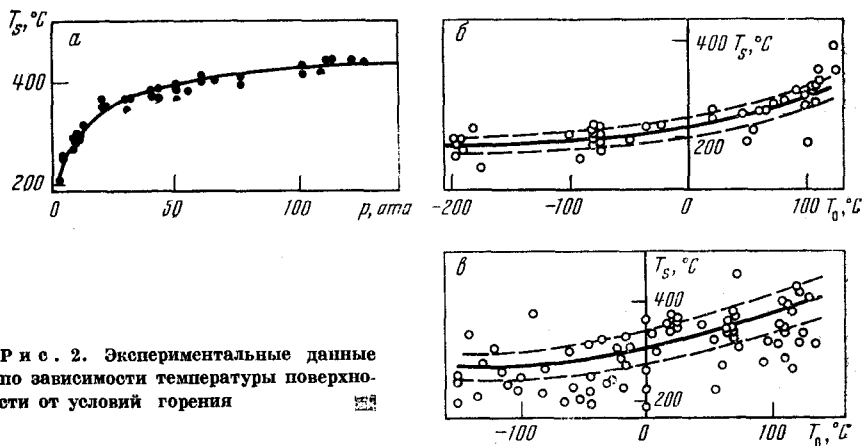


Рис. 2. Экспериментальные данные по зависимости температуры поверхности от условий горения

Таблица 3

Температура поверхности и скорость горения пороха Н

$T_0, ^\circ\text{C}$	p			
	1 атм		20 атм	
	$T_s, ^\circ\text{C}$	$u_1^0, \text{см/сек}$	$T_s, ^\circ\text{C}$	$u_1^0, \text{см/сек}$
-196	190	0,022	—	—
-100	200	0,028	275	0,19
0	230	0,060	310	0,27
+ 50	250	0,102	340	0,355
+100	290	0,195	375	0,49

с удовлетворительной точностью непосредственно из рис. 2, в из-за большого разброса значений T_s в этих режимах горения. Однако значения производной r при $p = 20 \text{ атм}$ (как и для других давлений) можно найти, используя следующее обстоятельство. С точки зрения химической кинетики процесса естественно предположить, что T_s зависит только от скорости горения. В работе [43] показано, что опыты не противоречат этому: для пороха Н температура T_s зависит только от скорости горения (при $p > > 1 \text{ атм}$), независимо от того, каким способом эта скорость получена — достижением соответствующего уровня давления или подогревом (охлаждением) пороха. Однозначная зависимость T_s (u_1^0) по данным, приведенным в табл. 1 и 3, т. е. после осреднения результатов эксперимента, построена на рис. 3. На рисунке приведены данные по режимам горения: 1 — $p = 1 \text{ атм}$, $T_0 = -196 \div +140^\circ \text{C}$, 2 — $p = 20 \text{ атм}$, $T_0 = -150 \div +150^\circ \text{C}$, 3 — $p = 5 \div 150 \text{ атм}$, $T_0 = 20^\circ \text{C}$. Использование зависимости T_s (u_1) позволяет получить с удовлетворительной точностью значения r для всех давлений (вероятная ошибка вычисления r составляет 10–12%). Полученные значения r при $p = 1 \text{ атм}$ и $p = 20 \text{ атм}$ приведены в табл. 4. Прочерки в таблице связаны с тем, что при $p = 1 \text{ атм}$ и низких температурах порох горит неустойчиво.

6. Температурные коэффициенты скорости горения. Чувствительность скорости горения пороха к изменению начальной температуры характеризуется температурным коэффициентом скорости горения $\beta = (\partial \ln u_1^0 / \partial T_0)_p$. Этот параметр очень важен для практического применения порохов, поскольку порох используют в широком интервале температур. Кроме того, он играет важную роль в теории нестационарного горения пороха.

Подробные измерения температурных коэффициентов в связи с проверкой критерия устойчивости горения пороха Н в широком интервале начальной температуры (от -198 до $+160^\circ \text{C}$) при

Таблица 4

Параметры γ и β при различных давлениях и начальных температурах пороха

$T_0, ^\circ\text{C}$	p			
	1 атм		20 атм	
	γ	$\beta \cdot 10^3, 1/\text{град}$	γ	$\beta \cdot 10^3, 1/\text{град}$
-150	—	2,3	0,2	0,5
- 50	—	6,2	0,2	3,5
0	0,35	9,8	0,3	5,0
50	0,50	12,5	0,4	7,0
100	0,90	14,3	0,6	8,5

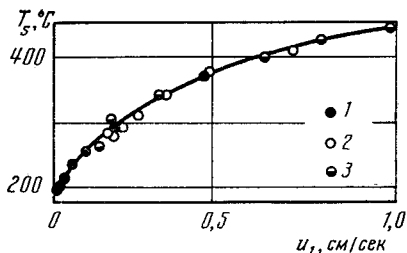
атмосферном давлении были выполнены в работе [48]. В других работах значения β были измерены при повышенных давлениях и в широком интервале T_0 . Отличительной чертой зависимостей $\beta(T_0)$ является быстрое увеличение β с ростом T_0 , в особенности при малых давлениях. Значения β , полученные в [41, 75] при 1 и 20 атм, приведены в табл. 4. Зависимость логарифма скорости горения от начальной температуры при давлении 20 атм приведена на рис. 4.

7. **Диспергирование пороха.** Диспергирование, как явление, было открыто А. Ф. Беляевым при горении взрывчатого вещества — гремучей ртути [12]. Диспергирование горящего пороха было обнаружено П. Ф. Похилом при низких давлениях [74], им же были проведены первые эксперименты по определению доли диспергируемого вещества. При высоких давлениях исследование диспергирования затруднено, поскольку уменьшаются размеры газовой зоны горения. Диспергирование при высоких давлениях, по-видимому, происходит, но диспергированные частицы превращаются в газ на небольших расстояниях от поверхности пороха. При горении пороха в вакууме диспергируется около 70% вещества конденсированной фазы [74]. В. В. Александровым было установлено [2], что с ростом температуры поверхности пороха от 250 до 300° С процент диспергирования уменьшается от 70 до 40%. При повышенных давлениях, представляющих наибольший практический интерес, диспергирование пороха экспериментально не исследовалось.

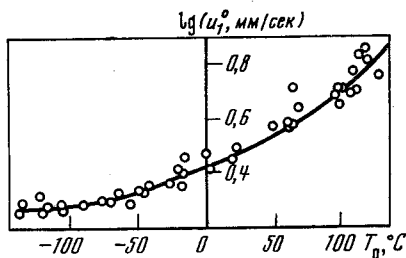
Влияние диспергирования на горение пороха впервые теоретически было рассмотрено в работе А. Г. Мержанова [65]. В этой работе показано, что если бы не было диспергирования, порох горел бы с очень большой скоростью, которая в действительности не наблюдается. Сопоставление теоретических зависимостей с экспериментальными данными по скорости горения позволило сде-

дать оценку доли диспергирования пороха, которая согласуется с данными П. Ф. Похила.

А. Д. Марголин и П. Ф. Похил [61] предложили следующее объяснение диспергирования: при достижении предела растворимости газообразных продуктов реакции в жидком приповерхностном слое горящего пороха возникают пузырьки, при лопании



Р и с. 3. Однозначная зависимость температуры поверхности пороха от скорости горения



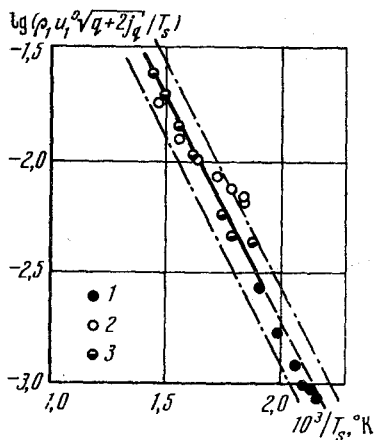
Р и с. 4. Зависимость логарифма скорости горения от начальной температуры ($p = 20 \text{ атм}$)

которых образуются диспергированные частицы. Причиной диспергирования может быть также фильтрация газообразных продуктов реакции через приповерхностный твердый слой пороха; при достаточно больших скоростях фильтрации в веществе достигается критическое напряжение и оно разрушается. Этот механизм диспергирования рассматривался Б. И. Хайкиным и А. Г. Мержазовым [80]. Кроме того, причиной диспергирования могут быть тепловые напряжения, неравномерность протекания реакции в порохе и др.

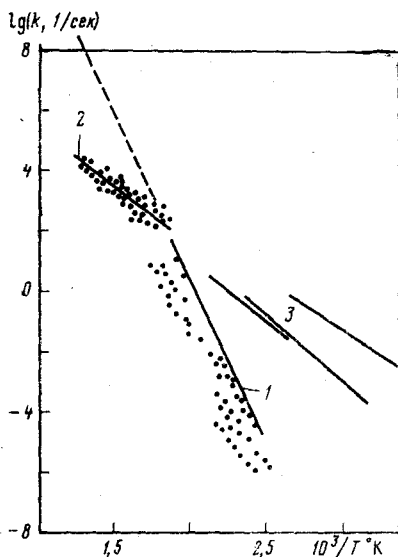
8. Эффективная энергия активации реакции газификации E_1 и ее отличие от энергии активации при термическом разложении пороха Н. Существование однозначной зависимости $T_s = T_s(u_1)$ (см. рис. 3) позволяет объединить большое число экспериментальных данных и с известной погрешностью найти кинетические константы реакции в зоне газификации пороха [43]. Для этого воспользуемся выражением для массовой скорости горения, полученным С. С. Новиковым и Ю. С. Рязанцевым [69] для первого порядка реакции

$$(\rho_1 u_1^0)^2 = \frac{\kappa_1 c_1 \rho_1^2 \kappa_0}{q(q + 2j_q)} \frac{RT_s^2}{E_1} \left(q + 2c_1 \frac{RT_s^2}{E_1} \right) \exp \left(- \frac{E_1}{RT_s} \right),$$

где κ_0 — предэкспоненциальный множитель в кинетическом законе реакции, q — тепловыделение в зоне газификации. Представим данные п. 1 этой главы в координатах $\lg(\rho_1 u_1^0 \sqrt{q + 2j_q} / T_s) \div 1/T_s$. На рис. 5 нанесены данные по режимам горения: 1 — $p = 1 \text{ атм}$, $T_0 = -196 \div 140^\circ \text{С}$, 2 — $p = 20 \text{ атм}$, $T_0 = -150 \div +140^\circ \text{С}$;



Р и с. 5. К определению эффективной энергии активации в зоне газификации пороха



Р и с. 6. Зависимость логарифма констант скоростей различных стадий химического превращения пороха от обратной температуры

$3 - p = 5 \div 150$ атм, $T_0 = 20^\circ \text{C}$. Часть прямой, нанесенная пунктиром, соответствует случаю $p = 1$ атм и низким температурам пороха, при которых наблюдается неустойчивое, пульсирующее горение. Строго говоря, этот участок нельзя использовать для определения энергии активации реакции газификации; он соответствует интервалу температуры поверхности пороха от 190 до 250°C . Штрих-пунктиром отмечен доверительный интервал. По наклону прямой рис. 5 получается эффективная энергия активации реакции в зоне газификации пороха, равная $E_1 = 19 \pm 1$ ккал/моль. Такое же значение E_1 получается и в том случае, если считать, что в зоне реакции газификации имеет место нулевой порядок реакции. Такое низкое значение E_1 должно, казалось, привести к парадоксальному явлению: порох должен заметно разлагаться уже при комнатной температуре. Между тем эксперименты по термическому объемному разложению пороха при умеренных температурах дают значительно большее значение энергии активации. По данным работ [3, 60] и многих других энергия активации при термическом разложении составляет $40 \div 50$ ккал/моль, что существенно превышает полученное выше значение E_1 . А. А. Зениным высказана гипотеза [40], в соответствии с которой это различие связано со сменой лимитирующей стадии многостадийного процесса разложения пороха при переходе от умеренных температур (условия термического разложения) к вы-

соким (условия зоны газификации при горении пороха). При температурах термического разложения (до $\sim 250^\circ \text{C}$) скорость разложения пороха лимитируется реакцией, имеющей константу скорости с энергией активации $40 \div 50$ ккал/моль (отщепление от нитроклетчатки группы NO_2), а при температурах зоны газификации при горении пороха лимитирующей становится следующая стадия разложения пороха с $E_1 = 19$ ккал/моль (эта стадия, по-видимому, представляет собой реакции продуктов разложения нитроэфиров с участием NO_2).

В работе [40] были собраны экспериментальные данные по константе κ_1 термического разложения пороха, происходящего с отщеплением группы NO_2 , и по константе κ_2 предполагаемой реакции продуктов разложения нитроэфиров с участием в качестве активного компонента NO_2 (по измерениям скорости лимитирующей реакции в зоне газификации пороха). Эти данные представлены на рис. 6 в виде зависимостей $\lg \kappa_1$ и $\lg \kappa_2$ от обратной величины температуры (данные по константе κ_1 — кривая 1, по константе κ_2 — кривая 2; участки кривых, полученные экстраполяцией, нанесены пунктиром). При построении кривой 2 не учитывались экспериментальные данные, полученные при $p = 20$ атм, потому что измерения температуры поверхности пороха отличались большим разбросом (см. рис. 2, в). На этом же рисунке представлены данные по константам скоростей реакций окисления при помощи NO_2 следующих веществ: декана, дибутилового эфира, щавелевой кислоты, диэтиленгликольдинитрата. Эти вещества могут быть промежуточными продуктами разложения пороха, и для них известны константы скоростей, но при более низких температурах. Эти константы не сильно отличаются друг от друга и на рисунке изображены в виде сплошных отрезков прямых, помеченных цифрой 3. Экстраполяция этих констант в область температур, соответствующих температурам поверхности пороха, показывает, что лимитирующей стадией реакции газификации пороха может быть взаимодействие подобных веществ с NO_2 . Иначе говоря, при высоких температурах (выше $\sim 550^\circ \text{K}$) константа κ_2 меньше κ_1 , и реакция первичных продуктов разложения нитроэфиров может лимитировать весь процесс химического превращения. При низких температурах лимитирующей стадией является термическое разложение пороха.

9. О реакциях, протекающих в газовой фазе горения пороха. В настоящее время относительно химических реакций, протекающих в газовой фазе горения пороха, известно немного. Ясно, что эти реакции должны протекать с достаточно большой скоростью, чтобы тепло химического превращения успевало поступать в порох и интенсифицировать его газификацию. Для баллистических порохов типа пороха Н известно, что группа NO_2 , входящая в состав нитроэфиров пороха, отщепляется при газификации пороха, немедленно вступает в реакции с другими продуктами разложения и, раскисляясь, поступает в газовую фазу

в виде NO. При малых давлениях (до 20 атм) NO остается в продуктах горения, при больших давлениях происходит переход в N₂ с теплотой превращения 90 ккал/моль. Нормальная работа пороха в технических устройствах предполагает превращение окислов азота NO и NO₂ в N₂. Экспериментальное изучение скорости распространения пламени в смесях NO с устойчивыми горючими газами (водородом, окисью углерода, метаном) [14, 30, 77] показало, что в таких смесях массовая скорость горения на порядок меньше массовой скорости горения пороха и поэтому реакции NO с перечисленными соединениями не могут влиять на скорость горения пороха.

Большими скоростями обладают реакции присоединения NO и NO₂ к непредельным углеводородам и реакции с участием образующихся продуктов [77]. Возможно, в реакциях этого типа следует искать природу большой скорости реакции в газовой фазе горения пороха.

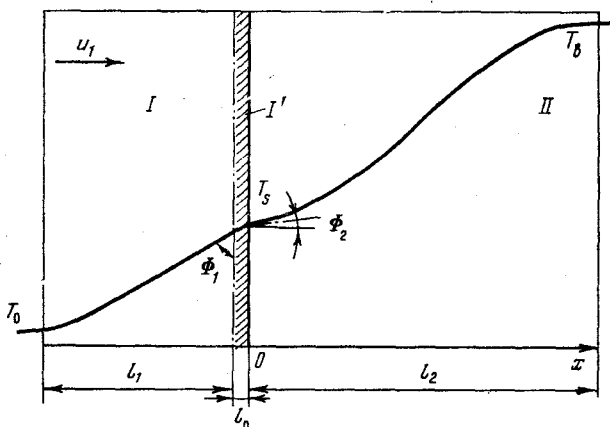
Состав газовой фазы горения пороха на различных расстояниях от горячей поверхности изучался для баллистических порохов американскими учеными Хеллером и Гордоном [86], однако ясного представления о реакциях в газовой фазе в этой работе не было получено.

Метод микротермопар позволяет получать формальные кинетические константы химических реакций в различных зонах газовой фазы горения [38]. Из распределений температуры можно рассчитать распределения скорости тепловыделения и по изменению тепловыделения от условий горения судить о бруттокинетики химических реакций. В работе [38] было показано, что по мере удаления от поверхности пороха эффективный порядок реакций по давлению увеличивается от единицы до двух, а эффективная энергия активации — от 5 до 70 ккал/моль. Эти данные фактически свидетельствуют об ограниченности брутто-подхода к кинетике химических реакций в газовой фазе горения пороха, не отражающего подробностей происходящих процессов.

ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ НЕСТАЦИОНАРНОГО ГОРЕНИЯ

При горении пороха и конденсированных взрывчатых веществ можно выделить три характерные зоны (рис. 7). Первая зона I — прогретый слой в твердом топливе, где можно пренебречь химическими превращениями. Вторая зона I' — зона газификации, в которой твердое топливо превращается в содержащий отдельные твердые частицы газ (поверхность пороха может быть определена как поверхность, на которой твердое топливо теряет свойства сплошной конденсированной среды). Над поверхностью газификации располагается газовая зона II с пламенем, где продукты газификации и отдельные конденсированные частицы реагируют, превращаясь в термодинамически равновесные продукты сгорания (третья зона). На рис. 7 показано распределение температуры вблизи поверхности горящего пороха. Поверхность пороха расположена при $x = 0$, при $x < 0$ — порох, движущийся в данной системе координат слева направо со скоростью горения u_1 , которая, вообще говоря, изменяется со временем. При $x > 0$ находится газовая зона, заполненная движущимися продуктами газификации и диспергирования пороха. Газификация и диспергирование происходят в узкой зоне (характерного размера l_0), прилегающей к поверхности пороха. Температура изменяется от начальной температуры T_0 до температуры поверхности T_s , а затем до температуры горения T_b . Характерные размеры зон прогрева твердого вещества и дисперсной среды над порохом обозначены через l_1 и l_2 (величины, относящиеся к зонам I и II, снабжаются индексами 1 и 2 соответственно). Φ_1 и Φ_2 обозначают производные температуры при приближении к поверхности со стороны пороха и газовой зоны.

Определить, что есть поверхность пороха, как теоретически, так и экспериментально довольно трудно из-за ее существенной неоднородности, вызванной, в частности, диспергированием конденсированного вещества. В зависимости от условий горения среда может терять свою сплошность при разных степенях превращения конденсированного вещества в газ [3, 74]. При диспергировании происходит образование довольно крупных частиц, поэтому граница раздела между порохом и газом не является плоской даже при тщательном соблюдении необходимых для одномерного горения условий опыта. Иногда диспергированные частицы по своим размерам могут быть сравнимы с толщиной прогретого слоя в порохе.



Р и с. 7. Распределение температуры вблизи поверхности горящего пороха (схематическое изображение)

Теоретическим исследованиям сложной структуры зоны превращения конденсированного вещества в газ были посвящены работы [57, 58], в которых рассматривалась кинетика образования сложной смеси газа и конденсированного вещества (вспенивание) и рассчитывались на ЭВМ распределения температуры и концентрации различных фаз химического превращения. Построение аналитической нестационарной теории горения на основе таких моделей горения пороха затрудняется сложностью основных уравнений, описывающих процесс горения.

Другим существенным допущением рассматриваемой модели горения является предположение о том, что горение происходит с образованием термодинамически полностью равновесных продуктов. Однако состав конечных продуктов горения пороха изменяется с давлением и может соответствовать промежуточному термодинамическому равновесию, в частности, азот в них при малых давлениях присутствует в виде соединения NO , а при давлениях больше двадцати атмосфер — в виде N_2 . Последние теоретические работы по нестационарной скорости горения, выполненные в Институте химической физики [48], учитывают эту особенность горения гомогенных порохов; усложнения, возникающие при этом, не очень значительны, однако они не будут здесь излагаться.

Итак, вернемся к нашей схеме горения. Размеры трех указанных зон могут быть оценены следующим образом. Толщина теплового слоя в твердом веществе определяется его температуропроводностью κ_1 и линейной скоростью горения твердого вещества u_1 и по порядку величины равна

$$l_1 \sim \kappa_1 / u_1 \quad (\kappa_1 = \lambda_1 / \rho_1 c_1). \quad (3.1)$$

На этом расстоянии от поверхности газификации температура при стационарном горении в ε раз меньше, чем температура T_s . Толщина зоны газификации намного меньше, чем толщина теплового слоя, и по порядку величины равна

$$l_0 \sim \varepsilon l_1, \quad \varepsilon \ll 1, \quad (3.2)$$

где ε — малый безразмерный коэффициент, зависящий от кинетики реакции газификации. Чем выше энергия активации E_1 этой реакции, тем меньше величина ε , которую приближенно можно оценить как $\varepsilon \approx 2RT_s/E_1$.

Предполагая, что структура газовой зоны, где происходит превращение продуктов газификации и диспергирования в термодинамически равновесные продукты горения, определяется процессами теплопроводности, обеспечивающими необходимый для поддержания непрерывного горения поток тепла в конденсированную фазу, получаем следующую оценку для толщины этой зоны:

$$l_2 \sim \kappa_2/u_2 \quad (3.3)$$

(индексом 2 отмечены соответствующие величины в газовой зоне горения).

Введем теперь времена пребывания вещества в каждой из этих зон как отношения толщин к линейной скорости частицы вещества

$$\tau_1 = \kappa_1/u_1^2, \quad \tau_0 = \varepsilon\tau_1, \quad \tau_2 = \kappa_2/u_2^2. \quad (3.4)$$

Принимая во внимание уравнение неразрывности в газовой фазе, имеем в случае стационарного горения

$$\rho_1 u_1 = \rho_2 u_2 = m. \quad (3.5)$$

Здесь m — массовая скорость горения.

Сравним величины характерных времен в (3.4). Имеем

$$\frac{\tau_0}{\tau_1} = \varepsilon \ll 1, \quad \frac{\tau_2}{\tau_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \frac{c_1}{c_2} \frac{\rho_2}{\rho_1} \ll 1, \quad (3.6)$$

так как

$$\lambda_2 c_1 / \lambda_1 c_2 \sim 1, \quad \rho_2 / \rho_1 \ll 1 \quad (3.7)$$

при используемых на практике давлениях.

Из (3.6) следует, что для больших значений энергии активации реакции газификации пороха и достаточно низких давлений, когда мало отношение плотностей газа и твердого вещества, характерные времена газовой зоны и зоны газификации намного меньше, чем время конденсированной фазы.

Экспериментальные данные по характерной толщине газовой фазы при стационарном горении, приведенные в главе II, существенно отличаются от оценки по формуле (3.3). Это отличие вызвано тем, что в теории используется предположение об определяющей роли кондуктивной теплопроводности

и о химической реакции, сосредоточенной в узкой области,— реальная структура газовой фазы горения пороха намного сложнее. Однако отношение характерных времен низкотемпературной части газовой зоны, определяющей скорость горения пороха, и прогретого слоя пороха, как показано в главе II, является малой величиной в согласии с выводами, полученными на основе теоретических оценок.

В нестационарных задачах можно ожидать, что времена, за которые происходят изменения распределений температуры в порохе и в газе над порохом при изменении давления или других внешних параметров, находятся также в соотношениях, определяемых неравенствами (3.6). В частности, при рассмотрении нестационарных процессов, которые протекают за времена, существенно большие, чем характерные времена газовой зоны и зоны газификации, но меньшие или того же порядка, что и время конденсированной фазы, процессы в газовой зоне и зоне газификации можно считать квазистационарными. Этот вывод является одним из основных положений теории нестационарного горения. Например, если вызвать изменение давления, то происходит быстрое изменение газовой фазы горения в соответствии с новым давлением, а прогретый слой не успевает перестроиться — остается прежним. Нарушается связь между потоком тепла из газовой фазы в порох и потоком продуктов газификации в газовое пламя, которая была при стационарном горении. Это приводит к изменению скорости горения пороха — порох горит в нестационарном режиме до тех пор, пока прогретый слой в порохе не перестроится под новое давление и не установится новое соответствие между газовой и конденсированной фазами горения, обеспечивающее стационарное горение при новом давлении. При этом задача определения нестационарной скорости горения пороха сводится к тому, чтобы решить нестационарное уравнение теплопроводности в инертном твердом веществе и произвести сшивание этого решения с квазистационарными решениями, описывающими структуру зоны газификации и газовой зоны горения.

ОСНОВНЫЕ МОДЕЛИ НЕСТАЦИОНАРНОГО ГОРЕНИЯ

В 1942 г. [28] была предложена модель нестационарного горения пороха, основанная на следующих предположениях.

1. Порох испаряется (разлагается) при постоянной температуре поверхности твердой фазы T_s . Это предположение хорошо выполняется для жидких взрывчатых веществ, которые могут испаряться с очень большой скоростью при практически постоянной температуре. Для обычных порохов это условие требует, чтобы энергия активации реакции газификации твердого вещества была достаточно большой. Вне зоны газификации в конденсированной фазе не происходит никаких химических реакций.

2. Газовая зона квазистационарна или «безынерционна», т. е. распределения температуры, скорости и плотности в ней можно рассматривать как квазистационарные. Это означает, что давление в системе не очень большое [например, это предположение не выполняется при давлениях порядка 1000 атм, когда плотность газа сравнима с плотностью твердого вещества — см. второе условие (3.6)] и рассматриваются нестационарные процессы с характерными временами, намного превышающими характерное время газовой фазы.

3. Скорость горения лимитируется скоростью реакции в газовой фазе, которая обеспечивает необходимый для поддержания непрерывного горения тепловой поток в конденсированную фазу.

Квазистационарность газовой фазы горения позволяет написать условие сохранения энергии между двумя контрольными плоскостями, одна из которых расположена непосредственно под поверхностью горящего пороха, а другая за зоной химической реакции в газе (на рис. 7 контрольные поверхности нанесены штрих-пунктирными прямыми) в виде

$$mH_1^*(T_s) - \lambda_1\Phi_1 = mH_2(T_b), \quad \Phi_1 \equiv \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=0} \quad (4.1)$$

или

$$H_2(T_b) = H_1^*(T_s) - \frac{\lambda_1\Phi_1}{m}. \quad (4.2)$$

Здесь H — энтальпия, H_1^* — полная энтальпия твердого пороха, нагретого до температуры T_s , она складывается из тепловой энергии $H_1(T_0)$, которая была в порохе при начальной температуре, и

химической энергии, $H_2(T_b)$ — энтальпия продуктов горения, в которых химическое превращение уже завершилось, $\lambda_1 \Phi_1$ имеет смысл кондуктивного потока тепла со стороны поверхности в глубь пороха.

Из формулы (4.2) видно, что при заданных T_s и Φ_1 чем больше скорость горения, тем выше и температура горения. Отметим, что в стационарной теории горения без тепловых потерь температура продуктов горения пороха не зависит от скорости и определяется термодинамическими соотношениями.

Еще раз перепишем (4.1), выразив скорость горения в зависимости от других величин

$$m = \frac{\lambda_1 \Phi_1}{H_1^*(T_s) - H_2(T_b)}. \quad (4.3)$$

В соответствии с теорией распространения газового пламени массовая скорость горения является функцией температуры продуктов сгорания и давления

$$m = m(T_b, p). \quad (4.4)$$

Соотношения (4.3) и (4.4), полученные только на основе квазистационарного рассмотрения газовой зоны горения, дают зависимость скорости горения от производной температуры Φ_1 ; эта зависимость записана в параметрическом виде (параметром служит T_b). Таким образом, задание производной температуры у поверхности пороха при известном давлении определяет скорость горения независимо от того, происходит ли горение в стационарном или нестационарном режимах. Получающаяся после исключения T_b функция $m = m(p, \Phi_1)$ оказывается сложной. Как будет показано ниже, при малых значениях Φ_1 функция m двузначна, т. е. система уравнений (4.3), (4.4) имеет два решения; если Φ_1 больше некоторого значения, система не имеет решения. Мы увидим, что такое сложное поведение $m(\Phi_1)$ сильнее всего образом сказывается на устойчивости горения, условиях зажигания и условиях потухания.

Отметим еще раз контраст между задачей о горении при данном Φ_1 и задачей о стационарном горении при заданном T_0 . В последнем случае температура горения T_b определяется однозначно законом сохранения энергии

$$H_1(T_0) + Q = H_2(T_b) \quad (4.5)$$

(Q — теплота горения пороха), откуда и следует зависимость $T_b(T_0)$. Теперь, зная $m(T_b)$, можно найти $m(T_0)$. Кривая $m(T_0)$ монотонна, решение существует при любом T_0 от 0°K до T_s .

В каком же соотношении находятся эти два подхода к задаче о горении? Очевидно, что при стационарном горении осуществляется определенное значение Φ_1^0 , которое связано с температурой

в глубине пороха соотношением

$$\Phi_1^0 = \frac{m^0}{\rho_1 \lambda_1} (T_s - T_0) \quad (4.6)$$

(верхний индекс 0 указывает на стационарный режим горения), представляющим собой условие баланса тепла, т. е. равенство кондуктивного и конвективного тепловых потоков у поверхности.

Подставляя (4.6) в зависимость скорости горения от производной температуры и давления

$$m = m(p, \Phi_1^0), \quad (4.7)$$

которая получается из (4.3) и (4.4) исключением параметра T_b , можно выразить скорость горения через температуру в глубине пороха и давление

$$m^0 = m^0(p, T_0). \quad (4.8)$$

Это соотношение можно получить также из эксперимента, что не представляет больших трудностей, или из стационарной модели горения пороха.

Проведем теперь рассуждения в обратной последовательности. Пусть зависимость (4.8) известна, например, из опыта. Возникает вопрос: как ее использовать для построения теории нестационарного горения? Для этого нужно построить таблицу, содержащую величины m и Φ_1 при различных T_0 и p . Эта таблица представляет собой зависимость m от p и Φ_1 , записанную в параметрическом виде (параметр T_0), т. е. зависимость вида (4.7), верную и для нестационарного горения.

При современном знании (или лучше сказать незнании) кинетики надо в качестве исходного соотношения (4.7) взять зависимость, полученную из экспериментов по стационарному горению; в нестационарной теории тем самым исключаются неточности, присущие моделям стационарного горения пороха, и поэтому она может оказаться более точной. Отметим, что, не зная кинетики, мы используем одно важное предположение — скорость горения определяется температурой продуктов сгорания T_b .

Приведенные рассуждения могут быть также распространены на случай переменной температуры поверхности пороха при условии, что зона газификации тонкая и процессы в ней безынерционны (см. главу V). Отметим, что аналогичные соображения о разных характерных временах конденсированной и газовой фаз горения оказываются полезными при изучении горения обычных твердых топлив, горящих в потоке газообразного окислителя [53].

Проиллюстрируем сказанное, используя графическое представление зависимостей. Оговоримся сразу, что для реальных порохов зависимости значительно сложнее, чем те, которые будут представлены. Последние относятся к идеализированному случаю, когда температура поверхности вещества постоянна. Этому слу-

чаю отвечает скорее горение жидких взрывчатых веществ, у которых на поверхности поддерживается температура кипения.

Зависимость скорости горения от начальной температуры качественно показана на рис. 8, а. Рис. 8, б показывает зависимость производной температуры у поверхности конденсированной фазы от начальной температуры. Пунктиром на рисунке показаны участки кривых, которые не могут быть получены из экспериментов непосредственно, а находятся экстраполированием. При высоких начальных температурах это связано с тем, что начинается объемное разложение пороха, приводящее к взрыву, а при низких — с неустойчивостью горения, о которой будет говориться ниже.

Существование максимума у кривой $\Phi_1(T_0)$ означает, что стационарная скорость горения вблизи этой точки достаточно сильно зависит от начальной температуры пороха. Эта зависимость должна быть настолько сильной, чтобы удовлетворялось неравенство

$$\frac{d\Phi_1}{dT_0} = \frac{1}{\rho_1 u_1} \left(\frac{\partial m^0}{\partial T_0} \right)_p (T_s - T_0) - \frac{m^0}{\rho_1 u_1} > 0, \quad (4.9)$$

которое получается при дифференцировании (4.6).

Вводя коэффициент температурной чувствительности скорости горения β , перепишем (4.9) в виде

$$\beta(T_s - T_0) > 1, \quad \beta = (\partial \ln u_1^0 / \partial T_0)_p \quad (4.10)$$

(напомним, что $u_1^0 = m^0 / \rho_1$ — линейная скорость перемещения поверхности газификации по твердому веществу).

В соответствии с рис. 8 при изменении величины T_0 от нуля до T_s производная $d\Phi_1/dT_0$ сначала возрастает, поскольку возрастает разность $(T_s - T_0)$, а затем уменьшается, поскольку уменьшение скорости горения, сильно зависящей от начальной температуры пороха, сказывается сильнее, чем дальнейшее возрастание разности $(T_s - T_0)$. Точка максимума B при температуре T_0^* соответствует условию

$$\beta(T_s - T_0^*) = 1. \quad (4.11)$$

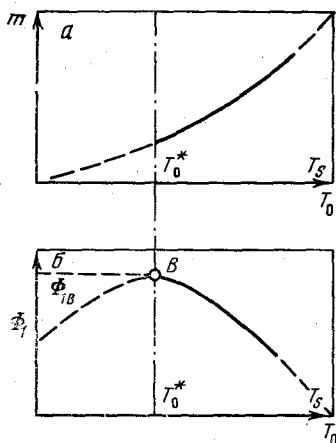
Такое поведение $\Phi_1(T_0)$ наблюдается для экспоненциальной или линейной зависимости стационарной скорости горения от начальной температуры. Однако не исключены зависимости (в действительности они даже чаще встречаются, чем первые), для которых максимум у кривой $\Phi_1(T_0)$ отсутствует. Более того, если исходить при построении этих зависимостей из стационарных моделей горения, может оказаться, что максимум производной температуры вообще находится в области отрицательных абсолютных температур.

Используя кривые, представленные на рис. 8, а, б, можно построить кривую $m(\Phi_1)$ (рис. 9). Части кривой, построенные при помощи экстраполяции, нанесены пунктиром.

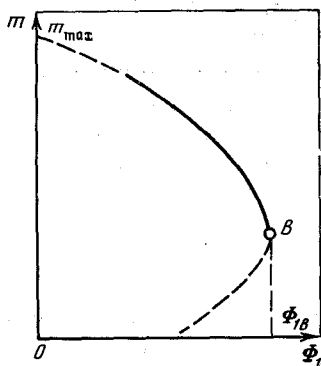
Как уже обсуждалось, зависимость m от Φ_1 справедлива также и в случае нестационарного горения. Иначе говоря, распределение температуры в прогретом слое в глубине пороха не сказывается на скорости горения — влияние оказывает лишь приповерхностный слой. Для случая, изображенного на рис. 8 и 9, решение существует только, если производная температуры у поверхности топлива не превышает некоторой критической величины Φ_{1B} . Кроме того, рис. 9 показывает, что одному и тому же значению производной соответствуют две различные скорости горения.

Оказывается, что одна ветвь кривой является неустойчивой. Этот факт будет доказан позже. Пока предположим, что устойчива верхняя ветвь кривой, так как при $\Phi_1 \rightarrow 0$ в уравнении (4.2) пропадает член $\lambda_1 \Phi_1 / m$, который обуславливает нестационарные эффекты.

Причину неустойчивости можно качественно объяснить следующим образом. При уменьшении скорости горения уменьшается температура горения T_b , что ведет к дальнейшему уменьшению m и срыву горения. Отметим, что при исследовании устойчивости к малым возмущениям (линейная неустойчивость) ответ инвариантен относительно знака возмущения. Иными словами, кроме описанной только что ситуации с одинаковым основанием можно рассматривать другую: увеличение m ведет к увеличению T_b , что приводит к новому увеличению m (неустойчивость). Однако при исследовании устойчивости по отношению к возмущениям конечной амплитуды (нелинейная неустойчивость) эти две ситуации неравнозначны: в первом случае процесс развивается вплоть до полного прекращения горения,



Р и с. 8. Зависимость скорости горения пороха от начальной температуры (а) и зависимость производной температуры у поверхности пороха от начальной температуры (б)



Р и с. 9. Зависимость скорости горения от производной температуры в порохе, пригодная для стационарных и нестационарных режимов горения

а во втором скорость горения не может быть очень большой — она ограничена скоростью, соответствующей полностью прогретому до температуры T_s пороку.

Итак, граница линейной устойчивости дается соотношением (4.11). Устойчивое горение имеет место, когда левая часть (4.11) меньше единицы. Неустойчивая нижняя часть кривой на рис. 9 показана пунктиром.

Для теории воспламенения и погасания пороха интересно вычислить критические величины производной температуры Φ_{1B} и скорости горения m_B . Интересно, что предельные условия горения пороха имеют аналогию в теории пределов распространения газового пламени в трубах [27]. Для газового пламени причиной, вызывающей его погасание, является чрезмерная потеря тепла из зоны реакции в стенки трубы (об этом будет речь в главе XIII), для порохов потери тепла из газового пламени связаны с потерями тепла в глубь конденсированной фазы.

Проиллюстрируем расчет критических величин m_B и Φ_{1B} в случае, когда температурная чувствительность пороха β является постоянной величиной.

Интегрирование второго соотношения (4.10) дает

$$m^0 = A \exp \beta T_0, \quad (4.12)$$

где A — константа интегрирования, зависящая от давления. При $T_0 = T_s$ достигается максимум скорости горения

$$m_{\max}^0 = A \exp \beta T_s, \quad (4.13)$$

так что

$$\frac{m^0}{m_{\max}^0} = e^{-\beta(T_s - T_0)},$$

и на пределе стационарного устойчивого горения при $\beta(T_s - T_0) = 1$ критическая скорость горения m_B^0 только в e раз меньше, чем ее максимальная величина.

Критическая производная температуры равна

$$\Phi_{1B} = \frac{m_B^0}{\rho_1 \kappa_1} (T_s - T_0) = \frac{m_{\max}^0}{\rho_1 \kappa_1 \beta e}. \quad (4.14)$$

Соотношения (4.12) — (4.13) предсказывают критические эффекты, которые в чистом виде проявляются, по-видимому, только при горении жидких взрывчатых веществ, например нитрогликоля [3, 47]. У пороха они не возникают даже при охлаждении до $T_0 = 0^\circ \text{K}$; по крайней мере, четких экспериментальных доказательств, свидетельствующих о существовании этих эффектов, в настоящее время не имеется.

Обратимся к проявлениям других нестационарных эффектов.

На практике нестационарные эффекты при горении пороха чаще всего возникают вследствие быстрого изменения давления

в камере сгорания, хотя встречаются и другие причины (они также рассматриваются в этой монографии). Изменение давления вызывает изменение скорости химической реакции в газе и, следовательно, массовой скорости горения. Начинается перестройка прогретого слоя в порохе, связанная с притоком тепла из газовой фазы горения или, наоборот, отводом в нее дополнительного количества тепла. Поэтому температура продуктов горения пороха зависит от состояния конденсированной фазы [точнее, от производной температуры у поверхности, ее можно вычислить, используя (4.1)].

Чтобы нагляднее проиллюстрировать нестационарные эффекты, конкретизируем (4.1), предполагая теплоемкости постоянными. В этом случае энтальпии можно записать в виде

$$H_1^*(T_s) = c_1 T_s + Q, \quad H_2(T_b) = c_2 T_b. \quad (4.15)$$

Используя теперь (4.5) и (4.15), получим из (4.1) разность между стационарной и нестационарной температурой продуктов сгорания

$$T_b - T_b^0 = \frac{c_1}{c_2} \left(T_s - T_0 - \frac{\lambda_1 \Phi_1}{c_1 m} \right). \quad (4.16)$$

Удобно переписать (4.16) в виде

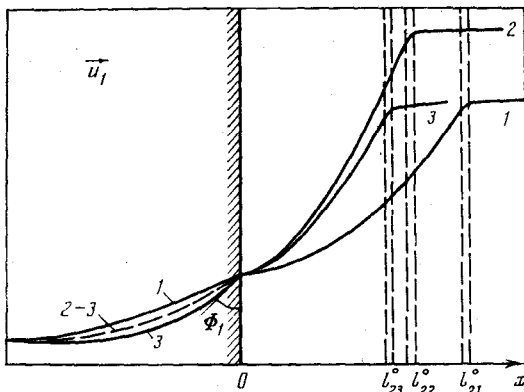
$$T_b - T_b^0 = \Delta \left(1 - \frac{m^0}{m} \frac{\Phi_1}{\Phi_1^0} \right), \quad (4.17)$$

где

$$\Delta = \frac{c_1}{c_2} (T_s - T_0).$$

Чтобы проиллюстрировать нестационарные эффекты, которые описываются уравнением (4.17), предположим, что после установления стационарного режима горения произошло резкое уменьшение давления и, соответственно, уменьшение скорости горения, в то время как производная температуры у поверхности пороха не изменилась. Тогда разность температур в (4.17) становится отрицательной, так что температура продуктов сгорания оказывается меньше подсчитанной из термодинамических соображений. С физической точки зрения это объясняется тем, что возрастает поток тепла в порох, необходимый для того, чтобы обеспечить существование более толстого теплового слоя, который соответствует скорости горения при низком давлении. Когда тепловой слой растет, производная температуры уменьшается и разность температур в (4.17) стремится к нулю.

Проведенное рассмотрение является общим и не опирается на какую-либо конкретную структуру. Чтобы еще раз продемонстрировать основные черты излагаемой теории, рассмотрим одну частную модель газовой зоны над поверхностью пороха. Именно, предположим, что химическая реакция в газе происходит в узкой зоне, в которой температура близка к температуре горения.



Р и с. 10. Распределение температуры вблизи поверхности горящего пороха при переходе с одного режима горения на другой, вызванном резким повышением давления

Это предположение справедливо для простой химической реакции с большой энергией активности. Распределение температуры, соответствующее этой модели, показано на рис. 10. (На нем нанесены различные распределения температуры, соответствующие переходному процессу, который будет обсуждаться ниже.)

Согласно теории распространения газового пламени [22, 23, 31], которую можно использовать в данном случае, массовая скорость горения определяется скоростью химической реакции в пламени в согласии с формулой

$$m^2 = 2 \frac{\lambda_2}{Q} \int_{T_0}^{T_b} W(T) dT \quad (4.18)$$

(W — скорость химической реакции).

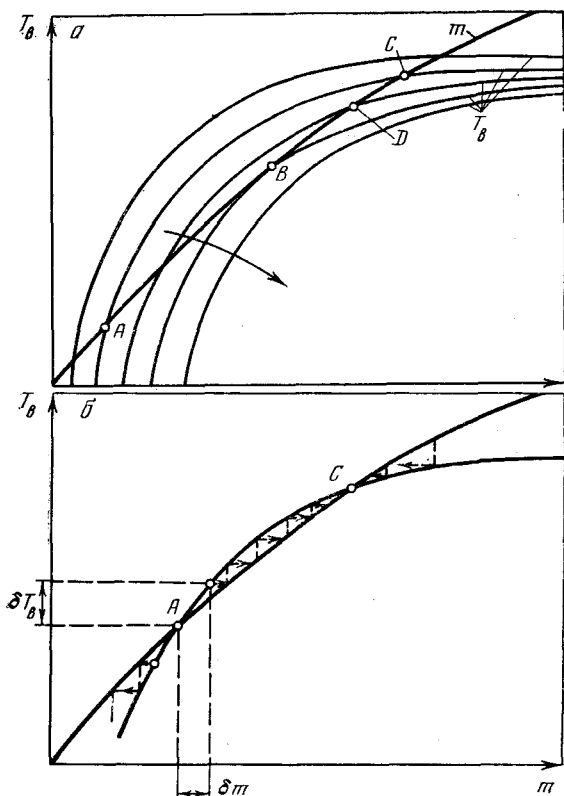
Приближенное интегрирование (4.18) для реакции аррениусовского типа приводит к следующему выражению:

$$m = A_0 \exp(-E_2/2RT_b) \quad (4.19)$$

(E_2 — энергия активации реакции в газовом пламени), в котором слабой степенной зависимостью коэффициента A_0 от T_b можно пренебречь.

Здесь нужно отметить, что полученная зависимость соответствует практически постоянной температурной чувствительности стационарной скорости горения для неширокого интервала изменения T_b . Действительно, из (4.19) имеем

$$\beta = \left(\frac{\partial \ln m^0}{\partial T_0} \right)_p = \frac{E_2}{2RT_b^2} \frac{dT_b^0}{dT_0} = \frac{E_2}{2RT_b^2} \frac{c_1}{c_2} \approx \text{const.} \quad (4.20)$$



Р и с. 11. Зависимости температуры горения от скорости горения при разных значениях производной температуры (T_b -кривые) и зависимость скорости горения от температуры горения (m -кривая)

Покажем, как, основываясь на соотношениях (4.17) и (4.19), можно определить нестационарную скорость горения, соответствующую данной величине производной температуры Φ_1 (тепловода в порох). Построим зависимости (4.17) температуры продуктов сгорания T_b от скорости горения m (T_b -кривые), рассматривая производную температуры у поверхности как параметр, и зависимость $m(T_b)$ (m -кривая) из (4.19) на плоскости (m, T_b) (рис. 11, а). Стрелка показывает направление возрастания величины производной температуры.

Качественный анализ показывает, что нижняя точка пересечения T_b - и m -кривой (точка А), соответствующая низкой температуре горения и низкой скорости горения, неустойчива. Действительно, пусть возникло маленькое увеличение скорости горения δm (см. рис. 11, б, на котором нанесены m -кривая и T_b -кривая при некотором значении Φ_1 , при котором есть решение).

Это увеличение вызывает рост температуры сгоревших газов δT_b , которое в свою очередь приводит к более высокой скорости горения и т. д. — система будет уходить от точки A и стремиться к верхней точке пересечения кривых (точке C). Этот переход на рис. 11, б помечен пунктиром. В точке C система, как это следует из подобных рассуждений, остановится — точка C является устойчивой. При начальном уменьшении скорости горения система будет уходить от точки A в область меньших скоростей горения, пока скорость горения не обратится в нуль.

Казалось бы, проведенное качественное исследование устойчивости дает неоднозначный результат. Действительно, если поступить по-другому, т. е. использовать соотношение (4.17) для определения зависимости $T_b(m)$, а (4.19) для определения $m(T_b)$, выводы относительно устойчивости точек A и C будут противоположны тем, которые были получены. Однако такое рассмотрение было бы неправильным. Из физических соображений ясно, что скорость горения определяется кинетикой реакции в газовой фазе горения, которая характеризуется соотношением (4.19), а температура горения должна вычисляться из баланса энергии (4.17).

Правильность этих качественных выводов подтверждается строгим математическим анализом. Исследование устойчивости стационарного горения пороха, выполненное методом малых возмущений, дается в главе V.

Время переходного процесса из неустойчивой точки A в устойчивую точку C сравнимо с характерным временем газовой фазы. В предположении о квазистационарности газовой фазы этот переход совершается мгновенно. При заданной производной температуры устойчивая точка C не обязательно соответствует стационарному решению. Ситуация рассматривалась при заданном Φ_1 безотносительно к распределению температуры внутри пороха и, в частности, к величине начальной температуры пороха. Для вывода о том, что всегда осуществляется состояние, определяемое точкой, лежащей на отрезке кривой BC (над точкой B), было использовано только то обстоятельство, что производная температуры у поверхности пороха меньше критического значения, при котором происходит касание T_b - и m -кривых.

Пусть, например, рассматриваемая T_b -кривая (на которой расположены точки A и C) соответствует производной температуры, меньшей той, которая необходима для стационарного горения, например, из-за того, что прогретый слой в твердом веществе толще стационарного. Поскольку распределение температуры в порохе меняется с течением времени, производная температуры будет постепенно приближаться к своей стационарной величине. На плоскости (m, T_b) это выразится движением изображающей точки из точки C в точку D , которая соответствует новому стационарному состоянию (рис. 11, а). Распределения температуры во время переходного режима схематически показаны на рис. 10.

Цифрами 1, 2, 3 помечены начальное, промежуточное и конечное распределения температуры в газе, значком 2—3 отмечено распределение температуры в порохе, соответствующее промежуточному состоянию системы между состояниями 2 и 3. Распределение температуры в порохе, отвечающее состоянию 2, полностью совпадает с распределением 1. Через l_{zi}^0 ($i = 1, 2, 3$) обозначены соответствующие характерные размеры зоны прогрева в газовой фазе. Временным масштабом перехода является характерное время теплового слоя в конденсированной фазе. Для точного описания процесса нужно решать уравнение теплопроводности в порохе с учетом граничных условий на поверхности пороха, характеризующих влияние газовой фазы горения. Решение будет описывать переход горения на новый стационарный режим, если только не оказывается, что $\Phi_1 > \Phi_{1B}$ (в этом случае происходит сразу погасание) или $\Phi_1 < \Phi_{1B}$, но $T_0 < T_0^*$ (в этом случае производная температуры у поверхности при переходном режиме будет расти, пока не станет равной Φ_{1B} , при этом произойдет погасание). Таким образом, важную роль в теории воспламенения и погасания пороха играет критическая точка B . Возрастание производной температуры до ее критического значения, соответствующего точке B , приводит к прекращению горения (нет решения).

Критические условия в точке B могут быть вычислены из равенства производных T_b и m -кривых:

$$\left(\frac{dT_b}{dm}\right)_{m\text{-кривая}} = \left(\frac{dT_b}{dm}\right)_{T_b\text{-кривая}}. \quad (4.21)$$

Подставляя в (4.21) значения производных, вычисленных из (4.17) и (4.19), имеем

$$\frac{2RT_b^2}{E_2 m} = \frac{c_1}{c_2} \frac{\lambda_1 \Phi_1}{\rho_1 c_1 m^2}. \quad (4.22)$$

Для получения критических условий стационарного горения производная температуры у поверхности пороха в (4.22) заменяется ее стационарной величиной из (4.6), а нестационарная температура продуктов горения заменяется термодинамической величиной T_b^0 . Это дает

$$\frac{E_2}{2RT_b^{0*}} \frac{c_1}{c_2} (T_s - T_0^*) = 1. \quad (4.23)$$

Имея в виду (4.20), заметим, что соотношение (4.23) совпадает с соотношением (4.11), которое получено из более общих соображений. Верхняя часть T_b -кривых, образованная точками типа C на плоскости (T_b, m) (рис. 11, а), соответствует тому, что левая часть (4.23) меньше единицы. Этот факт находится в соответствии с условием устойчивости, полученным ранее [см. (4.11) и следующее за ним обсуждение]. Аналогично, все остальные выводы,

касающиеся изменений скорости горения, ее критической величины и критической величины производной температуры, переносятся на рассматриваемую здесь конкретную модель горения.

Таким образом, для горения пороха необходимо, чтобы производная температуры у поверхности Φ_1 была меньше некоторой критической величины Φ_{1B} (это условие можно сформулировать и в терминах тепловых потоков). При понижении начальной температуры пороха производная Φ_1 растет, возможно, при некоторой температуре горение по достижении Φ_{1B} прекратится. При более низких температурах формально можно построить схему стационарного горения пороха, однако стационарный режим горения является неустойчивым. В этом проявляется существенное отличие от явления погасания газового пламени из-за потерь наружу, когда стационарное решение перестает существовать вовсе.

В заключение главы рассмотрим более детально структуру газовой зоны для рассмотренной модели горения. В газовой зоне можно выделить две области: прогретый слой газа и тонкий слой, в котором происходит химическая реакция. Если энергия активации достаточно велика, этот слой можно рассматривать как слабый разрыв (разрывны первые производные температуры и концентрации реагирующего вещества). Чтобы получить распределение температуры в прогретом слое газа, нужно решить стационарное уравнение теплопроводности

$$mc_2 \frac{dT}{dx} = \frac{d}{dx} \lambda_2 \frac{dT}{dx} \quad (x \geq 0). \quad (4.24)$$

Решение уравнения (4.24) должно удовлетворять граничным условиям на поверхности конденсированной фазы

$$x = 0, \quad T = T_s; \quad \lambda_2 \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=+0} = \lambda_1 \Phi_1 - mq, \quad (4.25)$$

где Φ_1 рассматривается как заданная величина.

Решение (4.24) с условиями (4.25) при постоянных c_2 и λ_2 имеет вид

$$T - T_s = \frac{\lambda_1 \Phi_1 - mq}{mc_2} \left(e^{\frac{mc_2}{\lambda_2} x} - 1 \right). \quad (4.26)$$

Расстояние от зоны реакции до поверхности пороха (см. рис. 10) при нестационарном горении вычисляется из соотношения (4.26) подстановкой в него $T = T_b$ из (4.17)

$$l_2 = \frac{\lambda_2}{mc_2} \ln \left\{ [c_2 (T_b^0 - T_s) + c_1 (T_s - T_0) - q] / \left[c_1 (T_s - T_0) \frac{\Phi_1}{\Phi_1^0} \frac{m^0}{m} - q \right] \right\}. \quad (4.27)$$

Чтобы проиллюстрировать изменение величины l_2 со временем при нестационарном горении, посмотрим, что происходит при резком возрастании давления (рис. 10).

В первый момент времени после подъема давления производная температуры не изменяется. Высокое давление вызывает увеличение скорости реакции в газе и массовой скорости горения, так что расстояние l_2 сразу уменьшается (распределение температуры 2 на рис. 10, начальное распределение помечено цифрой 1). Затем производная температуры у поверхности пороха возрастает, вызывая дальнейшее уменьшение расстояния от зоны реакции до поверхности пороха (конечное распределение температуры на рис. 10 помечено цифрой 3).

МОДЕЛЬ ГОРЕНИЯ ПОРОХА С ПЕРЕМЕННОЙ ТЕМПЕРАТУРОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Модель горения пороха, изложенная в предыдущей главе, приводит к очень важным выводам, касающимся устойчивости горения, условий воспламенения и погасания, областей устойчивого стационарного горения и других эффектов.

Однако имеющиеся экспериментальные данные показывают, что существуют следующие расхождения между теорией и экспериментом.

1. Эксперименты показывают [48], что пороха могут устойчиво гореть в стационарном режиме, даже если $\beta (T_s - T_0) > 1$.

2. Интервал стационарных скоростей горения более широкий [48], чем тот, который предсказывает теория (согласно теории скорость может уменьшаться по сравнению с максимальной только в e раз).

3. Производная температуры у поверхности пороха изменяется с температурой пороха и скоростью горения пороха не так, как это предсказывает теория [28]. В частности, оказывается, что наклон кривой $m(\Phi_1)$ положительный, в то время как теория в качестве условия устойчивого стационарного горения требует, чтобы наклон этой кривой был отрицателен.

4. В отличие от предсказаний теории нарушение устойчивого горения пороха в полузамкнутом объеме происходит при иных значениях определяющих критериев [50].

5. Погасание пороха при уменьшающемся давлении подчиняется более сложным закономерностям [63, 64], чем это следует из теории.

Каковы причины этих расхождений? Перечислим основные предположения, принятые в теории:

- а) температура поверхности горящего пороха постоянна;
- б) зависимость скорости горения от температуры должна быть достаточно сильной, чтобы существовала критическая величина производной температуры [см. (4.9)];
- в) существует конечный предел $m^0 \rightarrow m_{\max}^0$, когда $T_0 \rightarrow T_s^*$;
- г) горение имеет одномерный характер и происходит послойно, плоскими слоями;

* Это — не основное предположение. Оно было использовано лишь для вывода некоторых частных следствий, например, для получения интервала скоростей устойчивого горения.

д) газовая фаза может рассматриваться как квазистационарная, мгновенно подстраивающаяся к тепловому состоянию приповерхностного слоя пороха;

е) газификация пороха происходит в узкой приповерхностной зоне.

Эти предположения выполняются с большой точностью при горении летучих жидких взрывчатых веществ, которые испаряются при фиксированной температуре поверхности и тепло химического превращения выделяется только в газовом пламени. Температура T_s обратимого процесса испарения определяется упругостью паров жидкости. Для порохов превращение конденсированного вещества в газ осуществляется необратимым образом вследствие химической реакции разложения. Предположение о постоянной температуре поверхности горящего пороха является приближением, оправданным при больших энергиях активации этой реакции. Поэтому теорию горения пороха, использующую приближение постоянной температуры T_s , можно назвать теорией идеального пороха; он «идеален» в том смысле, что делается важное предположение относительно кинетики его разложения. Более подробное изучение кинетики требует поправок на отклонение от идеальности; эти отклонения могут быть различны для разных составов пороха, его химических и физико-механических свойств.

В 1942 г. при формулировке теории нестационарного горения идеализированного пороха (с постоянной температурой поверхности) отмечалось, что большое влияние на нестационарное горение может оказывать переменная температура поверхности пороха, потому что даже небольшие изменения температуры могут сильно влиять на производную температуру у поверхности и, следовательно, на скорость горения. Однако количественного расчета этого эффекта сделано не было.

Впервые изменение температуры поверхности было учтено в работе американских исследователей Денисона и Баума [84] при исследовании устойчивости стационарного режима горения пороха. Б. В. Новожиловым [73] предложена феноменологическая теория, учитывающая изменение температуры поверхности пороха при нестационарном горении; таким образом, предположения а) и б) подверглись существенному пересмотру.

Изменение температуры поверхности учитывалось также в работах [45, 68], в которых рассматривались конкретные кинетические схемы горения пороха.

Существенное влияние изменения температуры поверхности горящего пороха на нестационарную скорость горения связано с тем, что при температурах, близких к температуре поверхности ($\sim 300^\circ\text{C}$), по-видимому, изменяется кинетика реакции разложения пороха. Если при температурах, достаточно низких (до 250°C), энергия активации этой реакции, как показывают эксперименты по термическому разложению, составляет от 40 до

50 ккал/моль, то при более высоких температурах она равна 19 ккал/моль. Это предположение, впервые высказанное А. А. Зениным [40], основывается на экспериментальных данных по измерению температуры поверхности пороха, которые показывают значительное изменение температуры поверхности при изменении скорости горения (см. главу II, в которой изложены экспериментальные данные). Так, при увеличении скорости в 2 раза температура поверхности возрастает на 60°. Переход от энергии активации $E_1 = 40 \div 50$ ккал/моль к энергии 19 ккал/моль можно приписать тому, что при низких температурах процесс лимитирует отщепление NO_2 , а при высоких — реакции первичных продуктов разложения нитроэфиров с участием NO_2 . Отметим, что на реакцию газификации при горении пороха может также оказывать существенное влияние диффузионный поток активных промежуточных продуктов из газовой зоны горения.

Кроме изменения температуры поверхности пороха следует иметь в виду и другие причины, которые могут влиять на нестационарную скорость горения. Ими могут быть отставание диспергированных частиц от газа в нестационарном газовом потоке и отсутствие в связи с этим квазистационарности газовой фазы (по этой причине может смещаться состав газа, реагирующего в зоне реакции газового пламени), неоднородный характер процесса горения. Как будет видно из дальнейшего, учет изменения температуры поверхности ведет к существенному видоизменению теории и позволяет объяснить целый ряд ранее необъясненных экспериментальных фактов.

В то же время другие неучтенные в теории черты явления могут во многом изменить основные результаты. Подход Б. В. Новожилова следует рассматривать как приближение, требующее экспериментального доказательства или дополнений, касающихся кинетики химических реакций и структуры в газовой зоне горения и в зоне разложения пороха. Не исключена, например, модель горения пороха, в которой скорость горения лимитируется прочностными свойствами вещества в зоне разложения, которое взламывается или разбрызгивается фильтрующимися через него газообразными продуктами разложения. Для положительного или отрицательного ответа на эту теоретическую схему требуется провести детальные исследования кинетики разложения пороха при горении.

При переменной температуре поверхности соотношение, связывающее скорость горения с мгновенным значением давления и производной температуры у поверхности пороха, может быть обобщено. Именно, следуя работе [71], выпишем зависимости: массовой скорости горения в газовой фазе от температуры горения, которая следует из теории распространения пламени в газах

$$m_2 = m_2(T_b); \quad (5.1)$$

массовой скорости газификации от температуры поверхности, теплоты газификации и тепловых потоков слева и справа от зоны газификации

$$m_1 = m_1(\Phi_1, \Phi_2, T_s, q); \quad (5.2)$$

теплого эффекта реакции газификации q от тех же переменных

$$q = q(\Phi_1, \Phi_2, T_s, q). \quad (5.3)$$

Кроме того, должны удовлетворяться закон сохранения массы

$$m_1 = m_2 \quad (5.4)$$

и закон сохранения полной (физической и химической) энтальпии

$$m c_1 T_s + m(q + Q) - \lambda_1 \Phi_1 = m c_2 T_b. \quad (5.5)$$

Законы сохранения записаны между двумя контрольными плоскостями, одна из которых расположена в порохе у его поверхности, а другая в сгоревшем газе, где химическое превращение уже закончилось (эти плоскости указаны на рис. 7).

Пять соотношений (5.1) — (5.5) содержат семь неизвестных и, кроме того, могут включать внешний параметр — давление:

$$m_1, m_2, q, \Phi_1, \Phi_2, T_s, T_b, p. \quad (5.6)$$

(Величина Q считается известной, так как сумма $q + Q$ представляет собой общую химическую энергию топлива, являющуюся термодинамическим параметром рассматриваемой системы; неравновесное горение не рассматривается.)

Разрешая уравнения (5.1) — (5.5), можно получить следующие две функциональные зависимости вместо одной (см. главу IV):

$$m = m(\Phi_1, p), \quad T_s = T_s(\Phi_1, p). \quad (5.7)$$

Если температура поверхности постоянна, второе из этих соотношений становится тривиальным.

Предполагая соотношения (5.7) известными из эксперимента или из теории стационарного горения, можно свести задачу определения нестационарной скорости горения пороха к решению уравнения теплопроводности в порохе

$$\rho_1 c_1 \frac{\partial T}{\partial t} + m c_1 \frac{\partial T}{\partial x} = \lambda_1 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (-\infty < x < 0, \quad t \geq t_0) \quad (5.8)$$

с граничными условиями

$$x = -\infty, \quad T = T_0; \quad x = 0, \quad T = T_s \quad (5.9)$$

и начальным условием

$$t = t_0, \quad T(t_0, x) = \tilde{T}(x), \quad (5.10)$$

где заданная функция $\tilde{T}(x)$ — начальное распределение температуры в порохе.

Уравнение (5.8) записано в системе координат, связанной с поверхностью пороха; порох в этой системе движется слева направо с линейной скоростью u_1 , равной скорости горения, которая при нестационарном горении является функцией времени. Переход от лабораторной системы координат, в которой уравнение теплопроводности имеет вид

$$\rho_1 c_1 \frac{\partial T}{\partial t'} = \lambda_1 \frac{\partial^2 T}{\partial x'^2},$$

к используемой в (5.8) осуществляется преобразованием переменных

$$x = x' + \int u_1(t) dt, \quad t = t'.$$

Уравнение (5.8) является нелинейным, поскольку скорость горения m зависит от производной температуры у поверхности пороха. Вместе с граничными и начальными условиями (5.9), (5.10) и функциями (5.7) оно полностью определяет задачу о нестационарной скорости горения.

Нестационарная скорость горения пороха, как видно из постановки задачи, определяется релаксацией распределения температуры в прогретом слое пороха. Теорию нестационарного горения пороха, рассматриваемую в данной монографии, можно было бы назвать поэтому релаксационной теорией.

Заметим, что в соотношения (5.7) кроме давления могут входить другие параметры, такие, как скорость газа, обдувающего горящую поверхность пороха, интенсивность светового потока, падающего на поверхность, которые влияют на скорость горения пороха.

Во всех случаях эти соотношения получаются либо из экспериментальных исследований стационарного горения, либо из теории стационарного горения, в которой рассматривается гидродинамическая и тепловая ситуация. В двух следующих главах будут приведены теоретические модели стационарного горения пороха в потоке газа и при воздействии на порох светового облучения.

ГОРЕНИЕ ПОРОХА В ПОТОКЕ ГАЗА

Конструкция порохового заряда для твердотопливных ракетных двигателей чаще всего бывает такой, что потоки газов, устремляющиеся от поверхности пороха к соплу, проходят через всю камеру сгорания, омывая при этом горящую поверхность. Поэтому горение пороха в потоке газов является важной чертой внутренней баллистики ракет.

В экспериментальных работах Ю. А. Победоносцева закономерности горения и максимальное давление в камере сгорания были поставлены в зависимость от отношения поверхности пороха к свободному сечению камеры (критерий Победоносцева P_0). Ю. А. Победоносцевым этот критерий был обозначен буквой κ . Здесь мы используем обозначение P_0 (читать латинскими буквами) в честь автора — Ю. А. Победоносцева.

В последующих работах было показано, что поток продуктов горения вдоль поверхности пороха увеличивает скорость горения. Это явление экспериментально было открыто в 1942 г. [50] и получило название раздувания. Для исследования раздувания была применена методика, основанная на гашении пороха при быстром уменьшении (сбросе) давления и измерении параметров погашенного заряда.

Согласно современным представлениям, поток продуктов горения, проносающийся вдоль поверхности пороха, существенно влияет на процессы тепло- и массопередачи в приповерхностном слое газа. Турбулизация пограничного слоя приводит к интенсификации процессов переноса и, в частности, к увеличению эффективной теплопроводности газа, что и вызывает увеличение скорости горения. Эта точка зрения отличается от первоначальных представлений, согласно которым раздувание объяснялось гидравлическим сопротивлением при течении потока продуктов сгорания в канале заряда. Перепад давления, обусловленный этим сопротивлением, как показали оценки, значителен и не может приводить к существенному изменению скорости горения.

Фундаментальная роль критерия P_0 во внутренней баллистике пороховых ракет объясняется тем, что химические реакции горения завершаются в узком слое газа вблизи поверхности пороха. В противном случае существенным параметром было бы время пребывания газа в камере, и режим горения зависел бы не только от P_0 , но и от длины камеры.

Использование критерия Победоносцева предполагает также, что при описании газодинамических внутрикамерных процессов можно использовать гидравлическое приближение, при этом перепад давления по камере незначителен [32].

Рассмотрим процесс горения пороха в потоке газов в системе координат, в которой поверхность пороха покоится, а распределение температуры является стационарным. Используем простейшую модель горения пороха с узкой зоной химической реакции в газе, описанную в главе IV. Стационарное распределение температуры в газе для этой модели описывается уравнением (4.24), в котором следует заменить коэффициент молекулярной теплопроводности на суммарный коэффициент теплопроводности λ_2^* , учитывающий как молекулярную, так и турбулентную теплопроводность. Такое же изменение следует произвести и в выражении для массовой скорости горения (4.18).

Представим коэффициент теплопроводности в турбулентном потоке как произведение коэффициента молекулярной теплопроводности на фактор s , зависящий от расстояния до поверхности пороха, скорости потока, числа Рейнольдса и гидравлического диаметра потока

$$\lambda_2^* = \lambda_2 s(x). \quad (6.1)$$

Параметр s всегда больше единицы; при $x \rightarrow 0$, т. е. у поверхности пороха, $s \rightarrow 1$. Величину s в зоне горения (при $x = l_2^0$) обозначим $s_b = s(l_2^0)$. Используя (6.1), перепишем выражение для массовой скорости горения (4.18) в виде

$$m^2 = 2 \frac{\lambda_2^*(l_2^0)}{Q} \int_{T_s}^{T_b} W(T) dT = m_0^2 s_b. \quad (6.2)$$

Здесь m_0 — массовая скорость горения в отсутствие касательного к поверхности газового потока.

Проинтегрируем теперь уравнение теплопроводности (4.24) с граничными условиями (4.25), в которых для производной температуры Φ_1^0 следует использовать выражение (4.6). Учитывая (6.1) и полагая $c_1 = c_2 = c$, получим

$$\int_0^{l_2} \frac{dx}{s(x)} = \frac{1}{m} \int_{T_s}^{T_b} \frac{\lambda_2^* dT}{c(T - T_0) + q} = \frac{l_2^0}{V s_b}, \quad (6.3)$$

где l_2^0 — расстояние от поверхности пороха до газового пламени в отсутствие турбулентности.

Выражения (6.2) и (6.3) позволяют определить увеличение скорости горения, обусловленное влиянием внешнего потока газов, если известна зависимость коэффициента увеличения теплопроводности s от расстояния x .

Для определения этой зависимости можно использовать экспериментальные данные по измерению профиля касательной скорости потока $V(x)$ вблизи твердой поверхности в трубе, имея в виду, что рассматривается горение пороха в цилиндрическом канале. При известных из опыта коэффициенте сопротивления ζ , характерной скорости обтекания \bar{V} и зависимости $V(x)$ можно определить силу трения потока о стенки трубы

$$\tau = 1/8 \zeta \rho_2 \bar{V}^2 \quad (6.4)$$

и коэффициент полной вязкости η_2^* (сумма коэффициентов молекулярной и турбулентной вязкости)

$$\eta_2^* = \tau / (dV/dx). \quad (6.5)$$

Поскольку процессы переноса в турбулентном пограничном слое подобны, суммарный коэффициент теплопроводности определяется из соотношения, являющегося следствием аналогии Рейнольдса (предполагаем, что число Прандтля равно единице)

$$\lambda_2^* = c\tau / (dV/dx). \quad (6.6)$$

Найденной таким образом зависимостью коэффициента теплопроводности от расстояния до поверхности воспользуемся при решении тепловой задачи о горении пороха. При этом нужно иметь в виду следующее.

Перенос экспериментальных данных о турбулентном теплообмене при заданных скорости потока и разности температур, измеренных в обычных условиях, на горение пороха, сопровождающееся интенсивным тепловыделением и вдувом массы с поверхности горения, является, вообще говоря, неоправданным. Кроме того, весьма затруднителен теоретический учет следующих обстоятельств.

1. В слое между поверхностью пороха и зоной окончания химической реакции температура, плотность, вязкость и теплопроводность газа переменны.

2. Поверхность пороха обладает определенной шероховатостью; многочисленные опыты, начиная с опытов Г. А. Барского, показали, что в области больших скоростей потока шероховатость поверхности увеличивается.

3. Реакция раскисления азота $\text{NO} \rightarrow \text{N}_2$ может протекать в тонком слое газа вблизи поверхности пороха, на который ламинарное течение газа в канале заряда не оказывает влияния. Однако при турбулентном режиме течения турбулентность может влиять на эту реакцию и изменять, таким образом, ход химического превращения при горении пороха.

Вследствие неполного учета этих обстоятельств, а также вследствие недостаточных сведений о механизме реакций горения пороха нельзя ожидать полного количественного совпадения полученных ниже результатов с опытными данными. Ограничимся здесь,

в качестве первого приближения, случаем изотермического потока, в котором плотность и другие физико-химические константы газа постоянны. Измерения, восходящие к Никурадзе [76], показали, что распределение скорости у поверхности зависит только от силы трения газа о поверхность τ : если откладывать по осям безразмерные величины $V^* = V\sqrt{\rho_2/\tau}$ и $x^* = x\sqrt{\rho_2\tau/\eta_2^*}$, то получается универсальная кривая для потоков в трубах различного диаметра при различных числах Рейнольдса (рис. 12, верхняя кривая). Эксперименты относятся к условиям: 1 — $Re = 4000$, 2 — $Re = 6100$, 3 — $Re = 9200$, 4 — $Re = 16\,700$, 5 — $Re = 23\,000$. При малом x^* (в ламинарном подслое) ньютоновское выражение для силы трения дает

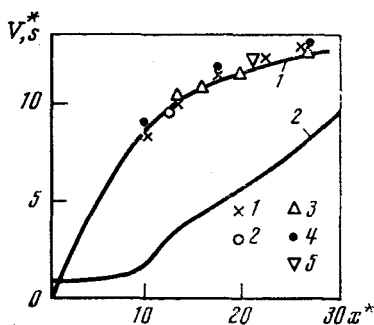
$$x^* \ll 1, V^* = x^*. \quad (6.7)$$

Выражение для коэффициента s , характеризующего увеличение теплопроводности в турбулентном потоке, в координатах (x^*, V^*) имеет вид

$$s = \frac{\lambda_2^*}{\lambda_2} = \frac{\eta_2^*}{\eta_2} = \left(\frac{dV^*}{dx^*}\right)^{-1}. \quad (6.8)$$

Зависимость $s(x^*)$ находится дифференцированием функции $V^*(x^*)$ (рис. 12, нижняя кривая). Для

Рис. 12. Зависимость скорости V^* и коэффициента s от расстояния до стенки трубы



этого следует подобрать аналитические выражения, описывающие зависимость $V^*(x^*)$

$$V^* = x^* - 0,75 \cdot 10^{-5}(x^*)^5, \quad x^* < 11,5;$$

$$V^* = 2,5 \ln x^* + 5,5 - (18/x^*), \quad x^* > 11,5. \quad (6.9)$$

Соответствие зависимостей (6.9), по которым построена верхняя кривая на рис. 12, экспериментальным данным Никурадзе видно из рисунка. Небольшое несоответствие в наклоне кривой $s(x^*)$ наблюдается лишь при сопряжении интерполяционных формул вблизи точки $x^* = 11,5$.

Для отыскания искомой зависимости отношения m/m_0 от скорости потока поступим следующим образом. Зададимся определенным отношением скоростей (коэффициентом раздувания) $\epsilon = m/m_0$. Данному ϵ согласно (6.2) отвечает значение $s(l_2^0) = \epsilon^2$. По кривой $s(x^*)$ рис. 12 находим соответствующее значение x_2^* , характеризующее положение зоны химической реакции, а затем по кривой $V^*(x^*)$ определяем величину V_b^* . Подставив найденные величины

в соотношении (6.3), которое в переменных x^* , V^* имеет вид

$$\int_0^{l_2^*} \frac{dx}{s(x)} = \frac{\eta_2^*}{\rho_2} \sqrt{\frac{\rho_2}{\tau}} V_b^* = \frac{l_2^0}{V_s(l_2)}, \quad (6.10)$$

находим

$$\tau = \frac{\eta_2^* s(l_2)}{\rho_2 (l_2^0)^2} V_b^{*2}. \quad (6.11)$$

Подставив сюда выражение для τ из (6.4), получим значение скорости газа \bar{V} , при котором достигается заданный коэффициент раздувания

$$\bar{V} = \frac{\varepsilon \eta_2^*}{\rho_2 l_2^0} V_b^* \sqrt{\frac{8}{\zeta}}. \quad (6.12)$$

Вводя параметр $B = \rho_2 \bar{V} / m_0$ и используя выражение (4.27) для расстояния от зоны реакции до поверхности пороха в отсутствие касательного потока l_2^0 (в нем следует положить $c_1 = c_2 = c$, $\Phi_1 = \Phi_1^0$, $m = m^0$), получим

$$B = \frac{\varepsilon V_b^*}{\ln(Q/q^*)} \sqrt{\frac{8}{\zeta}}, \quad q^* = q + c(T_s - T_0). \quad (6.13)$$

Параметр B представляет собой отношение массовой скорости газового потока, обтекающего горящую поверхность, к массовой скорости горения пороха в отсутствие влияния турбулентности. Если раздувания нет по всей поверхности пороха, то отношение этих потоков равняется отношению поверхности пороха S к свободному сечению камеры F , т. е. критерию Победоносцева

$$B = S/F = \text{Po}. \quad (6.14)$$

В действительности турбулентность увеличивает скорость горения и введенное выше отношение больше критерия Победоносцева. Найдем соотношение между параметрами B и Po для цилиндрической камеры сгорания, заполненной длинными цилиндрическими порошинами. Приравнявая количество газа, выделяющееся с поверхности S , количеству газа, проходящему через свободное сечение F

$$\rho_2 \bar{V} F = \int_0^S m dS \quad (6.15)$$

или

$$F d(\rho_2 \bar{V}) = m dS = \varepsilon m^0 dS,$$

получим

$$dPo = \frac{dS}{F} = \frac{1}{\varepsilon} d \frac{\rho_2 \bar{V}}{m^0} = \frac{1}{\varepsilon} dB, \quad Po = \int_0^B \frac{dB}{\varepsilon(B)}. \quad (6.16)$$

Таким образом, значение Po , отвечающее данному коэффициенту раздувания ε , находится одной квадратурой после того, как изложенным выше способом получена (в табличном виде для ряда отдельных значений ε) зависимость $\varepsilon(B)$.

Проиллюстрируем сказанное численным примером. Пусть скорость в камере сгорания достигает 100 м/сек , а давление и плотность равны 100 атм и $0,012 \text{ г/см}^3$. Коэффициент динамической вязкости газа, не зависящий от давления, равен $7 \cdot 10^{-4} \text{ пз}$. Такова вязкость продуктов сгорания, содержащих $45\% \text{ CO}$, $8\% \text{ CO}_2$, $17\% \text{ H}_2$, $18\% \text{ H}_2\text{O}$, $12\% \text{ N}_2$, при температуре горения 2400° K [32]. Гидравлический диаметр возьмем равным $0,8 \text{ см}$ (его можно найти по известному гидравлическому правилу как учетверенное отношение проходного сечения к периметру поверхностей трения в сечении). Соответствующее число Рейнольдса равно $Re = 1,4 \cdot 10^5$. Согласно данным Никурадзе, соответствующий коэффициент сопротивления равен $\zeta = 0,014$. Полагая $Q/q^* = 5,5$ и подставляя численные значения указанных величин в (6.13), получим $B = 14\varepsilon V_b^*$. Зададимся теперь коэффициентом раздувания, например, $\varepsilon = 2$. Тогда $s_b = 4$, и по кривым рис. 12 найдем $V_b^* = 10,9$, что дает $B = 305$. Таким способом заполнены все графы в табл. 5.

Значения Po в последней строке получены численным интегрированием по формуле (6.16). Окончательный результат — кривая зависимости коэффициента раздувания от критерия Победоносцева — приведен на рис. 13 (кривая 1). На этом рисунке нанесены также результаты опытов Г. А. Барского и О. И. Лейпунского [50], выполненных для пороховых зарядов различных размеров.

Таблица 5

ε	1	1,05	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
s_b	1	1,10	1,21	1,44	1,69	1,96	2,25	2,36
V_b^*	0	6,9	8,0	8,8	9,5	9,65	9,8	9,95
B	0	103	123	148	173	190	206	223
Po	0	101	120	142	162	182	200	211

ε	1,7	1,8	1,9	2,0	2,25	2,5	2,75	3,0
s_b	2,89	3,24	3,61	4,0	5,05	6,25	7,55	9
V_b^*	10,2	10,4	10,7	10,9	11,6	12,2	12,7	13,2
B	243	262	284	305	365	427	490	554
Po	223	234	244	254	282	308	332	354

Для давления в пороховой камере сгорания существенна средняя по всей поверхности скорость горения пороха, зависящая от среднего значения коэффициента раздувания $\bar{\varepsilon}$. Критерий Победоносцева равномерно меняется по длине порохового заряда от 0 до максимального значения P_0 . Поэтому

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{P_0} \int_0^{P_0} \varepsilon(B) dB. \quad (6.17)$$

Результаты осреднения для условий опытов Г. А. Барского и О. И. Лейпунского представлены на табл. 6.

Таблица 6

P_0	0	96	130	160	179	203	226	246	266	284
$\bar{\varepsilon}$	1	1,1	1,3	1,5	1,7	2,0	2,25	2,50	2,75	3,0
$\frac{\bar{\varepsilon}}{\varepsilon}$	1	1,03	1,07	1,135	1,18	1,26	1,35	1,44	1,52	1,61

Зависимость $\varepsilon(P_0)$ (кривая 2, рис. 13) построена по данным табл. 6 и хорошо согласуется с экспериментальными результатами, полученными с помощью закалки горящих образцов.

На рис. 14 производится сопоставление с опытами, в которых величина $\bar{\varepsilon}$ вычислялась на основании измерений максимального давления. В области $P_0 > 200$ наблюдается расхождение, экспериментальные точки лежат выше теоретической кривой. К сожалению, в этой области данные Г. А. Барского и О. И. Лейпунского не подкреплены прямым (методом закалки) отделением ε .

Полученные выше соотношения позволяют предсказать влияние различных факторов на кривую зависимости коэффициента раздувания от критерия Победоносцева.

Проследим влияние давления в камере сгорания и размеров пороховых зарядов. От этих величин зависят коэффициент сопротивления и число Рейнольдса. При данном коэффициенте раздувания соответствующее значение P_0 пропорционально $\zeta^{-1/2}$ [см. выражения (6.13), (6.14)]. В интересующей нас области чисел Рейнольдса, лежащих от 10^5 до 10^6 , можно использовать зависимость $\zeta \sim Re^{-1/6}$, что приводит к $P_0 \sim Re^{1/12}$. Число Рейнольдса пропорционально массовой скорости движения газа вдоль поверхности, т. е. произведению $\rho_2 V$, которое при данном значении P_0 пропорционально массовой скорости горения $m = \rho_1 u_1$. В области давлений, используемых в реактивных двигателях, $u_1 \sim p^\nu$, где $\nu \approx 2/3$. Учитывая также, что $Re \sim d$ (d — внутренний диаметр цилиндрического канала), получим

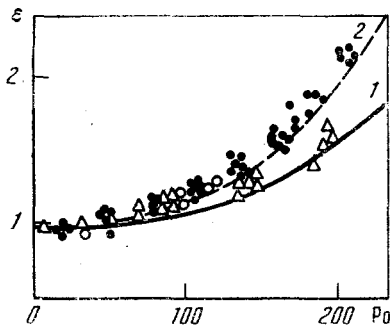
$$P_0 \sim p^{1/12} d^{1/12}, \quad (6.18)$$

т. е. с увеличением давления и размеров пороховых зарядов увеличивается значение P_0 , необходимое для достижения данного коэффициента раздувания.

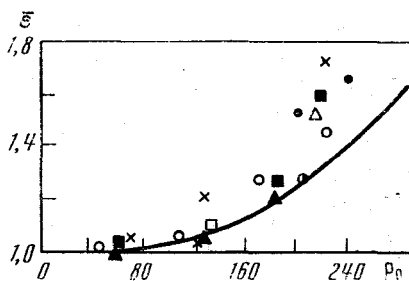
Отметим, что зависимость (6.18) очень слабая, что позволяет сделать вывод о существовании универсальной кривой $\varepsilon(P_0)$.

Что касается влияния начальной температуры пороха, от которой зависит величина q^* , то нетрудно видеть, что при постоянном значении P_0 коэффициент раздувания возрастает с ее увеличением.

Таким образом, в пренебрежении слабой зависимостью от давления, размеров и температуры изложенная теория раздувания,



Р и с. 13. Зависимость коэффициента раздувания от критерия Победоносцева



Р и с. 14. Зависимость среднего значения коэффициента раздувания от критерия Победоносцева

которая была предложена одним из авторов в 1942 г., подтверждает высказанное Победоносцевым положение об определяющей роли критерия P_0 .

Остановимся теперь на недостатках развитого в этой главе подхода к объяснению явления раздувания.

При расчете коэффициента обмена были использованы данные измерений в изотермическом потоке несжимаемого газа, обтекающем непроницаемую поверхность, что является, как уже отмечалось, неравномерным. К сожалению, экспериментальные сведения о распределении скорости газа над поверхностью пороха, обдуваемого газовым потоком, отсутствуют. Дополнительные изменения может внести также точный учет зависимости физико-химических констант газов от температуры.

Тем не менее на основании полученных результатов уже можно сказать, что при дальнейшем усовершенствовании теории начальный участок кривой $\bar{\varepsilon}(P_0)$ изменится несущественно, так как при малых значениях P_0 горение происходит в ламинарном подслое, где влияние турбулентности мало. Также не следует ожидать больших изменений и в области больших P_0 , так как в ней влияние выделяющегося с поверхности газа на зависимость $\bar{\varepsilon}(P_0)$ уменьшается. Поэтому можно полагать, что полученная зависимость в целом изменится несущественно.

С другой стороны, теория не закончена в той мере, в какой в настоящее время еще не закончена разработка всей теории горения пороха; неясны, например, скорости отдельных химических стадий и т. п. Читатель отметит особенность расчетного метода, который позволяет найти выражение для относительного изменения величины скорости горения, абсолютный расчет которой в настоящее время невозможен.

Специфической и неучтенной трудностью является замеченное Г. А. Барским возникновение при горении в потоке шероховатости пороха. Соответствующее увеличение поверхности, как показали измерения [50], невелико; тем не менее влияние шероховатости на коэффициент сопротивления потока и зависимость $s(x)$ может быть более существенным. Возможно, что это обстоятельство вызывает расхождение теории и опыта при $Re > 200$.

Таким образом, изложенную теорию нельзя рассматривать как полный, законченный и всесторонний расчет явлений горения пороха в потоке. Вместе с тем анализ теории и согласование результатов с опытом показывают, что в ней правильно учтены основные закономерности явления.

ГОРЕНИЕ ПОРОХА ПРИ СВЕТОВОМ ОБЛУЧЕНИИ

Вопрос о влиянии светового облучения на горение порохов привлек внимание исследователей сравнительно недавно. Как показывают эксперименты, лучистый поток тепла из зоны газового пламени при обычных условиях горения порохов мало по сравнению с кондуктивным потоком тепла, обеспечивающим стационарный режим горения. Однако имеются практически важные режимы горения, когда влияние лучистого потока становится существенным. Например, горение пороха может сопровождаться сильным внешним облучением от частей конструкции ракетного двигателя, нагревающихся в процессе работы. Так, лучистый тепловой поток при температуре стальных стенок сопла двигателя, равной 1100°K , составляет $1,2 \text{ кал/см}^2 \cdot \text{сек}$ (предполагается, что лучистый поток плоскопараллельный, а степень черноты стенок 0,60), в то время как поток тепла от газа в глубь пороха H при давлении 10 атм равен $\sim 5,9 \text{ кал/см}^2 \cdot \text{сек}$. При повышении давления до 100 атм кондуктивный тепловой поток из газа в порох увеличивается до $23,8 \text{ кал/см}^2 \cdot \text{сек}$ (см. табл. 1 главы II). Таким образом, относительная роль лучистого теплового потока уменьшается. При прерывании горения топлива путем сброса давления оно может воспламениться вследствие лучистого теплоподвода от нагретых стенок.

Сильное облучение ($\sim 100 \text{ кал/см}^2 \cdot \text{сек}$) может испытывать порох при воспламенении раскаленными газами воспламенителя, содержащими металлические частицы. Исследование горения пороха при внешнем облучении представляет также интерес в связи с легкостью регулирования светового воздействия, что позволяет эффективно исследовать нестационарные режимы горения топлива и кинетику реакции газификации в условиях, близких к реальным. Большие возможности здесь открылись в связи с внедрением в практику физического эксперимента непрерывных газовых лазеров.

Экспериментальные исследования [46] показывают, что влияние светового облучения на процесс горения пороха носит в основном тепловой характер. Это позволяет рассматривать явление в рамках тепловой теории [7]. Будем предполагать, что излучение поглощается в толще пороха на расстояниях, значительно превышающих ширину зоны газификации пороха. Это предположение отвечает действительности, потому что пороха обычно достаточно прозрачны для излучения. В этом случае действие излучения сво-

дится к тому, что внутри пороха возникает дополнительный источник тепла, интенсивность которого экспоненциально убывает при удалении от поверхности пороха. Чтобы получить распределение температуры в порохе, необходимо решить уравнение теплопроводности (5.8), правую часть которого следует записывать в виде

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial x} + j(t) e^{x/H} \right), \quad (7.1)$$

где $j(t)$ — поглощаемый порохом световой поток, H — характерная глубина поглощения излучения, зависящая от прозрачности пороха (как и раньше, порох расположен при $x < 0$). Считается, что поток излучения падает нормально на поверхность пороха; при косом падении глубина поглощения уменьшается по закону косинуса от угла падения.

В стационарном режиме горения решение уравнения теплопроводности имеет вид

$$T = T_0 + (T_s - T_0) e^{\frac{u_1^0}{\kappa_1} x} + \frac{j^0}{c_1 \rho_1 u_1^0 - \lambda_1 H^{-1}} \left(e^{xH^{-1}} - e^{\frac{u_1^0}{\kappa_1} x} \right). \quad (7.2)$$

Таким образом, при облучении в порохе возникает более широкий и «наполненный» прогретый слой.

Производная температуры у поверхности пороха, рассчитанная из (7.2)

$$\left(\frac{dT}{dx} \right)_{x=0} = \frac{u_1^0}{\kappa_1} (T_s - T_0) - \frac{j^0}{|\rho_1 c_1 \kappa_1|}, \quad (7.3)$$

не зависит от глубины поглощения излучения H . Из (7.3) видно, что стационарное облучение пороха приводит к такому изменению скорости горения, которое в отсутствие облучения можно осуществить подогревом пороха до температуры

$$T_0^* = T_0 + (j^0 / \rho_1 u_1 c_1). \quad (7.4)$$

Используя известную зависимость стационарной скорости горения пороха от начальной температуры, из (7.4) можно вычислить величину светового потока, который будет вызывать требуемое увеличение скорости. Например, для пороха Н повышение скорости горения от 0,26 см/сек ($T_0 = 0^\circ \text{C}$) до 0,35 см/сек ($T_0 = 50^\circ \text{C}$) при давлении 20 атм требует светового потока в 7,3 кал/см²·сек.

При слабом облучении ($j^0 / m^0 c_1 (T_s - T_0) \ll 1$) изменение скорости горения можно рассчитывать по формуле

$$u_1^0 = u_{10}^0 \{ 1 + \beta (T_s - T_0) f + 1/2 [l - 2\beta^2 (T_s - T_0)^2] f^2 \}, \quad (7.5)$$

полученной путем разложения функционального соотношения в ряд с точностью до квадратных членов, где u_{10}^0 — скорость

горения без облучения и

$$f = \frac{j^0}{\rho_1 u_{10}^0 c_1 (T_s - T_0)}, \quad l = \frac{(T_s - T_0)^2}{u_{10}^0} \frac{\partial^2 u_{10}^0}{\partial T_0^2}. \quad (7.6)$$

Отметим еще одно существенное обстоятельство. Из физических соображений ясно, что производная температуры у поверхности пороха при стационарном горении заведомо не может быть отрицательна. Отсюда из (7.3) следует ограничение на максимальную величину светового потока, при котором возможно стационарное горение

$$j^0 < m^0 c_1 (T_s - T_0). \quad (7.7)$$

Если температура поверхности T_s изменяется мало и существует предельная скорость горения m_{\max}^0 , то

$$j_{\max}^0 \approx m_{\max}^0 c_1 (T_s - T_0). \quad (7.8)$$

Полученная оценка максимального светового потока является грубой оценкой сверху, потому что при увеличении интенсивности облучения расширяется зона химической реакции газификации и горение от схемы, рассматриваемой в монографии, перейдет к взрывообразному горению, при котором будут возникать периодические выбросы вещества, вызываемые бурным развитием химической реакции газификации (механизм периодических тепловых взрывов). Для пороха Н оценка величины максимального светового потока дает величину $150 \text{ кал/см}^2 \cdot \text{сек}$ (при $p = 1 \text{ атм}$, $T_0 = 20^\circ \text{С}$, с ростом начальной температуры j_{\max}^0 уменьшается).

Для расчета нестационарной скорости горения пороха при облучении можно пользоваться прежним предположением об определяющей роли приповерхностного участка горящего пороха. В случае, если газовая фаза горения пороха не поглощает излучение, функциональные зависимости скорости горения от производной температуры у поверхности и давления имеют такой же вид, что и в отсутствие облучения; таким образом, изменяется только решение нестационарного уравнения теплопроводности из-за наличия дополнительного теплового источника.

ТЕОРИЯ НЕСТАЦИОНАРНОГО ГОРЕНИЯ ПРИ МАЛЫХ ИЗМЕНЕНИЯХ СКОРОСТИ ГОРЕНИЯ

Решение задачи (5.7) — (5.10), описывающей нестационарное горение пороха, получить не удастся из-за ее нелинейности — нелинейно основное уравнение теплопроводности (5.8) и нелинейны функциональные соотношения (5.7). В этой главе приведены решения задач теории нестационарного горения пороха при малых изменениях скорости горения, когда можно линеаризовать уравнение (5.8) и соотношения (5.7) и получить аналитическое решение. Во многих нестационарных задачах начальное состояние горящего пороха соответствует стационарному горению, поэтому целесообразно ввести безразмерные переменные следующим образом:

температуру —

$$\theta = (T - T_0)/(T_s^0 - T_0), \quad (8.1)$$

время и пространственную координату —

$$\xi = \frac{c_1 \rho_1 u_1^0}{\lambda_1} x, \quad \tau = \frac{c_1 \rho_1 u_1^0}{\lambda_1} t, \quad (8.2)$$

производную температуру у поверхности твердого топлива —

$$\varphi_1 = \Phi_1/\Phi_1^0, \quad (8.3)$$

скорость горения —

$$w = u_1/u_1^0, \quad (8.4)$$

давление —

$$z = p/p^0. \quad (8.5)$$

При введении других безразмерных величин будут даны соответствующие пояснения в тексте.

Перепишем теперь уравнение (5.8), граничные и начальные условия (5.9), (5.10) и зависимости (5.7) в безразмерных переменных

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + w \frac{\partial \theta}{\partial \xi} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2}, \quad (8.6)$$

$$\xi = -\infty, \theta = 0; \quad \xi = 0, \theta = \theta_s; \quad (8.7)$$

$$\tau = 0 (t_0 = 0); \quad \theta(\xi, 0) = \theta_0(\xi); \quad (8.8)$$

$$w = w(\varphi, z); \quad \theta_s = \theta_s(\varphi_1, z). \quad (8.9)$$

В случае, когда нестационарная скорость горения и распределение температуры в порохе незначительно отличаются от их стационарных значений, температура, скорость горения, давление и производная температуры у поверхности пороха могут быть представлены в виде

$$\theta(\xi, \tau) = \theta^0(\xi) + \theta'(\xi, \tau) \quad (8.10)$$

($\theta^0 = \exp \xi$ — начальное михельсоновское распределение температуры);

$$w = 1 + w'(\xi, \tau) = 1 + \left(\frac{\partial \ln w}{\partial \ln \varphi_1} \right)_z \varphi_1' + \left(\frac{\partial \ln w}{\partial \ln z} \right)_{\varphi_1} z'; \quad (8.11)$$

$$\theta_s = 1 + \theta_s' = 1 + \left(\frac{\partial \theta_s}{\partial \ln \varphi_1} \right)_z \varphi_1' + \left(\frac{\partial \theta_s}{\partial \ln z} \right) z'; \quad (8.12)$$

$$z = 1 + z'(\tau); \quad \varphi = 1 + \varphi_1'(\tau) \quad (8.13)$$

(здесь штрихами помечены отклонения соответствующих величин от стационарных значений).

Линеаризация уравнения теплопроводности приводит к уравнению

$$\frac{\partial \theta'}{\partial \tau} + \frac{\partial \theta'}{\partial \xi} + w' e^{\xi} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} \quad (-\infty < \xi \leq 0, \tau \geq 0). \quad (8.14)$$

Частные производные, входящие в соотношения (8.11), (8.12), могут быть получены из зависимостей скорости горения и производной температуры у поверхности от начальной температуры и давления при стационарном горении. Введем следующие обозначения, следуя Б. В. Новожилову [73]:

$$k = (T_s^0 - T_0) \left(\frac{\partial \ln u_1^0}{\partial T_0} \right)_p = \beta (T_s^0 - T_0), \quad r = \left(\frac{\partial T_s^0}{\partial T_0} \right)_p, \\ v = \left(\frac{\partial \ln u_1^0}{\partial \ln p} \right)_{T_0}, \quad \mu = \frac{1}{T_s^0 - T_0} \left(\frac{\partial T_s^0}{\partial \ln p} \right)_{T_0}. \quad (8.15)$$

В соответствии с общим подходом эти четыре параметра предполагаются известными либо из экспериментальных данных по стационарному горению, либо из определенной модели стационарного горения. Необходимые измерения могут быть, например, проведены в сосуде постоянного давления при разных давлениях и начальных температурах.

Выразим теперь частные производные, входящие в (8.11) и (8.12), через введенные соотношениями (8.15) параметры k , r , v , μ . Используя выражения для производной температуры при стационарном горении

$$\lambda_1 \Phi_1^0 = c_1 \rho_1 u_1^0 (T_s^0 - T_0),$$

имеем

$$(T_s^0 - T_0) \left(\frac{\partial \ln \Phi_1^0}{\partial T_0} \right)_p = k + r - 1, \quad \left(\frac{\partial \ln \Phi_1^0}{\partial \ln p} \right)_{T_0} = v + \mu.$$

Проведем дальнейшие вычисления

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \ln w}{\partial \ln z} \right)_{\varphi_1} &= \left(\frac{\partial \ln u_1^0}{\partial \ln p} \right)_{\Phi_1^0} = \frac{\partial (\ln u_1^0, \ln \Phi_1^0)}{\partial (\ln p, \ln \Phi_1^0)} = \\ &= \frac{\partial (\ln u_1^0, \ln \Phi_1^0) / \partial (\ln p, T_0)}{\partial (\ln p, \ln \Phi_1^0) / \partial (\ln p, T_0)} = \\ &= \frac{\partial (\ln u_1^0, \ln \Phi_1^0) / \partial (\ln p, T_0)}{(\partial \ln \Phi_1^0 / \partial T_0)_p} = \frac{v(r-1) - \mu k}{k + r - 1}. \end{aligned}$$

Остальные производные вычисляются аналогично

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \ln w}{\partial \ln \varphi_1} \right)_z &= \frac{k}{k + r - 1}, \quad \left(\frac{\partial \ln w}{\partial \ln z} \right)_{\varphi_1} = \frac{v(r-1) - \mu k}{k + r - 1}, \\ \left(\frac{\partial \theta_s}{\partial \ln \varphi_1} \right)_z &= \frac{r}{k + r - 1}, \quad \left(\frac{\partial \theta_s}{\partial \ln z} \right)_{\varphi_1} = \frac{\mu(k-1) - vr}{k + r - 1}. \end{aligned} \quad (8.16)$$

Заметим, что при постоянной температуре поверхности $r = \mu = 0$, так что

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \ln w}{\partial \ln \varphi_1} \right)_z &= \frac{k}{k-1}, \quad \left(\frac{\partial \ln w}{\partial \ln z} \right)_{\varphi_1} = \frac{v}{1-k}, \\ \left(\frac{\partial \theta_s}{\partial \ln \varphi_1} \right)_z &= \left(\frac{\partial \theta_s}{\partial \ln z} \right)_{\varphi_1} = 0. \end{aligned} \quad (8.17)$$

Таким образом, линеаризованные функциональные соотношения (8.11), (8.12) могут быть записаны в виде

$$\begin{aligned} w' &= \frac{k}{k+r-1} \varphi_1' + \frac{v(r-1) - \mu k}{k+r-1} z', \quad \theta_s' = \frac{r}{k+r-1} \varphi_1' + \\ &+ \frac{\mu(k-1) - vr}{k+r-1} z'. \end{aligned} \quad (8.18)$$

Граничными и начальными условиями для решения основного уравнения (8.14) являются

$$\theta'(0, \tau) = \theta'_s, \quad \theta'(-\infty, \tau) = 0, \quad \theta'(\xi, 0) = \theta'_0(\xi), \quad (8.19)$$

где $\theta_0(\xi)$ — начальное возмущение михельсоновского распределения температуры в порохе. Уравнение (8.14) и соотношения (8.18), (8.19) полностью формулируют задачу о нестационарной скорости горения пороха при малых изменениях скорости.

Получим решение задачи, применяя преобразование Лапласа по времени. Введем изображение

$$\tilde{\theta}'(\xi, \sigma) = \int_0^{\infty} e^{-\sigma\tau} \theta'(\xi, \tau) d\tau \quad (\tilde{\theta}'(\xi, \sigma) \div \theta'(\xi, \tau)). \quad (8.20)$$

Аналогично введем изображения остальных переменных — \tilde{w}' , $\tilde{\varphi}'_1$, \tilde{z}' .

Применяя преобразование Лапласа к уравнению (8.14) и соотношениям (8.18), (8.19), получим

$$\frac{d^2 \tilde{\theta}'}{d\xi^2} - \frac{d\tilde{\theta}'}{d\xi} - \sigma \tilde{\theta}' = \tilde{w}' e^{\alpha\xi} - \theta'_0(\xi), \quad (8.21)$$

$$\tilde{w}' = \frac{k}{k+r-1} \tilde{\varphi}'_1 + \frac{\nu(r-1) - \mu k}{k+r-1} \tilde{z}',$$

$$\tilde{\theta}'_s = \frac{r}{k+r-1} \tilde{\varphi}'_1 + \frac{\mu(k-1) - \nu r}{k+r-1} \tilde{z}', \quad (8.22)$$

$$\tilde{\theta}'(0, \sigma) = \tilde{\theta}'_s, \quad \tilde{\theta}'(-\infty, \sigma) = 0. \quad (8.23)$$

Решение задачи (8.21) — (8.23) имеет вид

$$\begin{aligned} \tilde{\theta}'(\xi, \sigma) = & \frac{\theta'_0(0)}{Y_1 \sqrt{1+4\sigma}} (k+r\sigma - ke^{(1-\alpha)\xi}) e^{\alpha\xi} - \frac{e^{\alpha\xi}}{\sqrt{1+4\sigma}} \int_0^{\xi} e^{-\alpha\xi} \theta'_0(\xi) d\xi - \\ & - \left\{ Y_2 e^{(1-\alpha)\xi} - Y_3 + \frac{\alpha Y_3 - Y_2}{Y_1} (k+r\sigma - ke^{(1-\alpha)\xi}) \right\} \times \\ & \times e^{\alpha\xi} \frac{\tilde{z}'}{\sigma(k+r-1)}, \end{aligned} \quad (8.24)$$

где

$$\begin{aligned} \alpha = & \frac{1}{2}(1 + \sqrt{1+4\sigma}), \quad Y_1 = k(\alpha-1) + \alpha r - \sigma(k+r-1), \\ Y_2 = & \nu(r-1) - \mu k, \quad Y_3 = Y_2 + \sigma[\mu(k-1) - \nu r]. \end{aligned}$$

Чтобы вернуться к оригиналу, необходимо в соответствии с известными правилами [20] выполнить преобразование

$$\theta'(\xi, \tau) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} \tilde{\theta}'(\xi, \sigma) e^{\sigma\tau} d\sigma, \quad (8.25)$$

где прямая интегрирования лежит справа от всех особых точек изображения.

Заметим, что в (8.24) под \tilde{z}' можно понимать изображение по Лапласу любого внешнего параметра (а не только давления), влияющего на скорость горения пороха, например, скорости обтекания поверхности пороха потоком газа. Под ν и μ следует понимать соответствующие производные, вычисленные по стационарным зависимостям скорости горения и температуры поверхности от рассматриваемого параметра.

Рассмотрим некоторые частные следствия из решения (8.24).

§ 1. Условие устойчивости стационарного горения

Неоднозначность решения задачи о скорости горения пороха приводит к вопросу о том, какое из возможных решений реализуется в действительности (этот вопрос уже обсуждался в главе IV). Из двух решений задачи, существующих при экспоненциальной зависимости скорости горения от температуры продуктов горения, устойчивым оказалось лишь одно, соответствующее большей скорости горения и большей температуре продуктов горения. Несмотря на то что в начальный момент времени распределения температуры в порохе и в газовой фазе горения соответствовали стационарному горению в точке A (рис. 11, б), система не остается в этой точке, так как она неустойчива, а переходит в устойчивую точку C . Этот переход происходит за время, сравнимое с характерным временем газовой фазы, т. е. при использовании модели квазистационарной газовой фазы мгновенно. При этом производная температуры у поверхности пороха не изменяется, и сам переход не связан с распределением температуры в прогретом слое. Дальнейшее поведение системы определяется распределением температуры внутри пороха. Поскольку оно отличается от стационарного распределения, соответствующего скорости горения в точке C , то начнется медленное (по сравнению с газовой фазой) изменение прогретого слоя в порохе. В результате система либо выйдет на стационарный режим горения, либо достигнет критических условий, при которых горение прекратится.

Эти рассуждения, приведенные в главе IV и повторенные здесь еще раз, показывают, что при исследовании устойчивости горения пороха следует выделять два различных временных масштаба, определяющих переход из одного режима горения в другой: время газовой фазы и время прогретого слоя пороха. Поэтому, вообще говоря, необходимо рассматривать нестационарные процессы как в прогретом слое пороха, так и в газовой фазе горения. Однако такое полное математическое исследование представляет значительные трудности, и поэтому в работах по исследованию устойчивости горения пороха ограничиваются квазистационарным рассмотрением газовой фазы. В связи с этим следует уточнить пределы применимости сформулированной выше задачи о нестационарном горении пороха [система уравнений (8.6) — (8.9)] к исследованию устойчивости горения пороха.

В этой постановке рассматривается лишь одно нестационарное уравнение теплопроводности, которое описывает медленный процесс перераспределения тепла в прогретом слое пороха; свойства газовой фазы горения учитываются через граничные условия на поверхности пороха. Эти условия не включают в себя относительно быстрый (за время газовой фазы) переход от одного режима горения к другому при фиксированной производной температуры у поверхности пороха, который определяется нестационарными свойствами газовой фазы горения.

При отборе устойчивого решения из нескольких возможных решений можно предвидеть из общих соображений, что устойчивое решение отделяется от неустойчивого точкой бифуркации (точкой, где изменяется число решений *). При исследовании устойчивости стационарных режимов горения (для простоты ограничимся случаем постоянной температуры поверхности) точкой бифуркации решений является точка B (рис. 9). В этой точке происходит изменение числа решений в газовой фазе при фиксированной производной температуры у поверхности: в самой точке B при $\Phi_1 = \Phi_{1B}$ существует одно решение, а при $\Phi_1 < \Phi_{1B}$ — два решения. Одновременно эта точка является точкой бифуркации стационарных решений уравнения теплопроводности, описывающего распределение температуры в прогретом слое пороха. При $\Phi_1 = \Phi_{1B}$ есть одно стационарное решение $T^0 = T_0 + (T_s - T_0) \exp u_{1B}x/\kappa_1$, а при $\Phi_1 < \Phi_{1B}$ — два решения, отвечающие различным скоростям горения пороха.

Одновременная роль точки B как точки бифуркации двух семейств стационарных решений с различными временными масштабами приводит к тому, что критерии устойчивости стационарного горения пороха, получаемые из рассмотрения газовой фазы (см. главу IV) и прогретого слоя пороха (это исследование приводится далее), совпадают.

Иная ситуация возникает при исследовании устойчивости нестационарных режимов горения, например, автомодельных решений. В этом случае точкой бифуркации семейства решений в газовой фазе остается точка B , а для семейства решений уравнения теплопроводности в порохе точкой бифуркации является другая точка. Таким образом, в подобных задачах исследование устойчивости горения пороха по отношению к медленным возмущениям необходимо дополнять исследованием устойчивости газовой фазы горения.

Перейдем к исследованию устойчивости стационарного режима горения пороха по отношению к малым медленным возмущениям. Для этого используем общее решение линеаризованной задачи (8.24).

Поскольку давление постоянно, положим в (8.24) $\dot{z}' = 0$ и проанализируем асимптотическое поведение возмущения температуры на больших временах ($\tau \rightarrow \infty$), вызванного начальным отклонением распределения температуры в порохе $\theta'_0(\xi)$ от михельсоновского распределения. Для этой цели используем теоремы о соот-

* Вблизи точки бифуркации существуют два бесконечно близких решения, разность между которыми можно рассматривать как малое стационарное возмущение. При исследовании устойчивости общим методом малых возмущений все возмущения раскладываются в ряд Фурье по времени, причем временные зависимости отдельных членов ряда определяются характеристическими частотами задачи. Существование стационарного возмущения возможно, если только одна из характеристических частот обращается в нуль. Это же условие используется и для отыскания границы устойчивости. Таким образом, граница устойчивости должна совпадать с точкой бифуркации.

ветствии оригинала и изображения при больших временах [20]. Рассмотрим по отдельности асимптотику от каждого из слагаемых решения в изображении (8.24).

Прежде всего установим соответствие: если $\tilde{f}(\xi, \sigma) \div f(\xi, \tau)$, то

$$f(\xi, \sqrt{1+4\sigma}) \div \frac{1}{\sqrt{\pi\tau^{3/2}}} e^{-\tau/4} \int_0^{\infty} \tau' e^{-\tau'^2/\tau} f(\xi, \tau') d\tau'. \quad (8.1.1)$$

Пользуясь этим свойством, рассмотрим вместо первого слагаемого в формуле (8.24) выражение, получаемое при замене $\sigma' = \sqrt{1+4\sigma}$,

$$I_1 = 2 \frac{\theta'_0(0)}{\sigma'(\sigma'-1)} \frac{4k+r(\sigma'^2-1) - 4k \exp \frac{1}{2} \xi(1-\sigma')}{4k+r(\sigma'+1)^2 - 2(\sigma'+1)(k+r-1)} \times e^{1/2 \xi(1+\sigma')}, \quad (8.1.2)$$

а вместо второго —

$$I_2 = \frac{1}{\sigma'} e^{1/2 \xi(1+\sigma')} \int_0^{\xi} e^{1/2 \xi(1+\sigma')} \theta'_0(\xi) d\xi. \quad (8.1.3)$$

Зависимость знаменателя I_1 от σ' может быть представлена в виде множителей $\sigma'(\sigma'-1)(\sigma'-\sigma'_1)(\sigma'-\sigma'_2)$, где

$$\sigma'_{1,2} = (k-1 \pm \sqrt{(k-1)^2 - r(2k-r+2)})/r. \quad (8.1.4)$$

Таким образом, особыми точками I_1 на плоскости σ' являются $\sigma'_0 = 0$, σ'_1 , σ'_2 . Точка $\sigma' = 1$ особой точкой не является, потому что в ней обращается в нуль также и числитель I_1 .

Воспользуемся теперь правилами отыскания асимптотического поведения функции по свойствам его изображения. (Изображение должно удовлетворять определенному ограничению — достаточно быстро и равномерно стремиться к нулю на бесконечности; изображения I_1 и I_2 этому условию удовлетворяют.)

Необходимо выделить особую точку изображения, обладающую наибольшей действительной частью (эта точка определяет асимптотическое поведение оригинала), и воспользоваться следующей теоремой: если изображение $\tilde{f}(\sigma)$ можно разложить в окрестности особой точки σ_* с наибольшей действительной частью в абсолютно сходящийся степенной ряд

$$\tilde{f}(\sigma) = \sum_{\nu=0}^{\infty} C_{\nu} (\sigma - \sigma_*)^{\lambda_{\nu}} \quad (-N < \lambda_0 < \lambda_1 < \infty) \quad (8.1.5)$$

с произвольными показателями, то оригинал $f(\tau)$ можно представить при $\tau \rightarrow \infty$ в виде асимптотического разложения

$$f(\tau) = e^{\sigma_* \tau} \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{C_{\nu}}{\Gamma(-\lambda_{\nu})} \tau^{-\lambda_{\nu}-1}, \quad (8.1.6)$$

в котором необходимо положить $1/\Gamma(-\lambda_{\nu}) = 0$ при $\lambda = 0, 1, 2, \dots$

Если имеется несколько особых точек с одинаковыми наибольшими действительными частями, то необходимо произвести суммирование асимптотических разложений (8.1.6) по всем этим особым точкам.

Поскольку

$$\sigma'_1 - \sigma'_2 = 2 \sqrt{(k-1)^2 - r(2k-r+2)}/r,$$

то для I_1 можно выделить следующие варианты.

1. Если $(k-1)^2 > r(2k-r+2)$, $k > 1$, то $\text{Re} \sigma'_1 > \text{Re} \sigma'_2$ и $\text{Re} \sigma'_1 > \text{Re} \sigma'_0 = 0$. Таким образом, имеется лишь одна главная особая точка $\sigma' = \sigma'_1$.

2. Если $(k-1)^2 \leq r(2k-r+2)$, $k > 1$, то $\text{Re} \sigma'_1 = \text{Re} \sigma'_2 > \text{Re} \sigma'_0 = 0$, т. е. имеются две главные особые точки $\sigma' = \sigma'_1$ и $\sigma' = \sigma'_2$.

3. Если $k < 1$, то $\text{Re} \sigma'_0 > \text{Re} \sigma'_1$, $\text{Re} \sigma'_0 > \text{Re} \sigma'_2$. Таким образом, имеется одна главная особая точка $\sigma' = \sigma'_0$.

4. Если $k = 1$, $r = 4$, то все особые точки $\sigma'_0, \sigma'_1, \sigma'_2$ — главные. Для I_2 главной особой точкой является, естественно, только $\sigma' = \sigma'_0 = 0$.

Вычисления, выполненные для каждого из вариантов, приводят к следующим асимптотическим представлениям.

В случае 1

$$\begin{aligned} \theta'(\xi, \tau) &= 4r^2 \theta'_0(0) \times \\ &\times \frac{(2kr + X_1) \exp(\xi(k-1+r + \sqrt{X})/2r) - 2kr \exp^{\xi} e^{X_1 \tau / 2r^2}}{2r(k-1-r + \sqrt{X}) \sqrt{X}} \end{aligned} \quad (8.1.7)$$

$$X = (k-1)^2 - r(2k-r+2),$$

$$X_1 = (k-1)^2 - r(k+1) + (k-1)\sqrt{X}.$$

Поскольку $X > 0$, $k > 1$, имеем $(k-1)^2 > r(k+1)$, и случай 1 отвечает, таким образом, аperiodическому, экспоненциальному росту со временем возмущений температуры, т. е. области неустойчивости.

В случае 2

$$\begin{aligned} \theta'(\xi, \tau) &= \theta'_0(0)(k-1)r^{-1/2}e^{-\lambda\tau} \left\{ ke^{\xi} \sin(\sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}\tau + \psi_1) - \right. \\ &- \frac{1}{2r} \sqrt{\frac{(1-r^2)(k+1)^2 + 4rk(k-1)^2}{\omega_0^2 - \lambda^2}} e^{(k+r-1)\xi/2r} \sin \times \\ &\times \left. \left[\sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2} \left(\frac{\xi r}{k-1} + \tau \right) + \psi_2 \right] \right\}, \end{aligned} \quad (8.1.8)$$

где

$$\omega_0 = \sqrt{k}/r \quad (8.1.9)$$

имеет смысл собственный частоты пороха, а

$$\lambda = [r(k+1) - (k-1)^2]/2r^2 \quad (8.1.10)$$

— декремента затухания. В формуле (8.1.8) введены также сдвиги фаз

$$\psi_1 = -\operatorname{arctg} \{ [r(2k+2-r) - (k-1)^2] / (k+r-1) \},$$

$$\psi_2 = \operatorname{arctg} \frac{4r^3(1-k)\sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}}{(k-r-1)[r(k-1)^2 + (k-1)^3 + 4r^4(\omega_0^2 - \lambda^2)]}.$$

Таким образом, этот случай отвечает осциллирующему поведению возмущений; первый член в фигурных скобках формулы (8.1.8) отвечает колебаниям типа стоячей волны, а второй — типа распространяющейся волны, бегущей с фазовой скоростью, равной $(k-1)/r$. Возмущения затухают во времени, если $\lambda > 0$, и растут, если $\lambda < 0$; $\lambda = 0$ — соответствует критерию одномерной устойчивости горения пороха, полученному Б. В. Новожиловым.

В случае 3

$$\theta'(\xi, \tau) = \frac{1}{\sqrt{\pi\tau}} \theta'_0(0) e^{1/4(2\xi-\tau)} \frac{r-4k(1-\exp^{1/2\xi})}{2k-r+2}. \quad (8.1.11)$$

Интересно отметить, что в этом случае временной закон затухания возмущений не зависит от параметров задачи k и r .

В случае 4 асимптотический закон затухания возмущений получается суммированием выражений (8.1.8) и (8.1.11).

Найдем теперь асимптотику части решения, отвечающей второму члену основного уравнения (8.24). При переходе к переменной σ' единственной особой точкой этого члена является точка $\sigma' = 0$, поэтому вычисления такие же, как выполненные для случая 3. В результате имеем

$$\theta'_2(\xi, \tau)_2 = \frac{1}{\sqrt{\pi\tau}} e^{1/4(2\xi-\tau)} \int_0^\xi e^{-1/2y} \theta'_0(y) dy, \quad (8.1.12)$$

т. е. второй член решения всегда отвечает затухающей части возмущения.

Представляет интерес сравнить скорость затухания частей решения, отвечающих первому и второму членам уравнения (8.24).

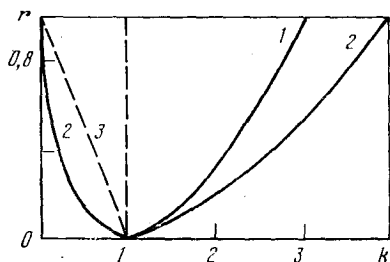
При $\lambda < 1/4$, т. е. при выполнении условия

$$k+1 - \sqrt{(k+1)^2 - 2(k-1)^2} < r < k+1 + \sqrt{(k+1)^2 - 2(k-1)^2}, \quad k > 1, \quad (8.1.13)$$

наиболее медленно затухающая часть возмущений, определяющая весь процесс затухания, дается соотношением (8.1.8); в случае, если (8.1.13) не выполняется, наиболее медленно затухает член (8.1.12).

При $k < 1$ оба слагаемых возмущения затухают одинаковым образом.

Таким образом, видно, что в области неустойчивости при стремлении времени τ к бесконечности решение «забывает» вид начального возмущения и из него выделяется асимптотика, соответствующая экспоненциально растущим во времени возмущениям, которые анализируются при исследовании устойчивости методом волновых решений. Иными словами, асимптотика поведения возмущений для неустойчивых стационарных решений соответствует волновым решениям. Заметим, что



Р и с. 15. Области устойчивого и неустойчивого горения на плоскости (k, r)

при использовании метода волновых решений вместе с $\tau \rightarrow \infty$ необходимо стремиться к нулю амплитуду начального возмущения, только в этом случае можно пользоваться линейризованными уравнениями.

В области устойчивости при $k < 1$ асимптотическое поведение решений не обязательно носит чисто экспоненциальный характер, возможны и другие законы затухания, как, например, в слу-

чае 3. Поэтому использование метода волновых решений для исследования области устойчивости надо применять с большой осторожностью.

Области различного асимптотического поведения решений задачи представлены на рис. 15, на котором изображена плоскость (k, r) (считаем, что $k > 0, r > 0$). Области неустойчивости (асимптотического возрастания решения) отвечает часть плоскости, заключенная между кривой $r = (k - 1)^2 / (k + 1)$ (кривая 1) и осью абсцисс. Между кривой 1 и кривой 2, уравнение которой $(k - 1)^2 = r(2k + 2 - r)$, экспоненциальное нарастание возмущений сопровождается осцилляциями, в остальной части области неустойчивости осцилляций нет.

В части области устойчивости, заключенной между прямой $k = 1$ и кривой 1, затухание возмущений происходит по экспоненте с осцилляциями. При $k < 1$ затухание возмущений происходит по закону $\tau^{-1/2} \exp(-1/4\tau)$. В области устойчивости под кривой 2 этот закон затухания возмущений сопровождается осцилляциями. При постоянной температуре поверхности $r = 0$, и условие устойчивости горения принимает вид $k < 1$.

При исследовании устойчивости стационарного режима горения пороха по отношению к одномерным возмущениям, изложенном в этом параграфе, возникает естественный вопрос: насколько полученное условие устойчивости соответствует действительной устойчивости горения пороха к возмущениям, имеющим всегда пространственное распределение, т. е. неоднмерный характер?

Ответ на этот вопрос следует давать с точки зрения существования различных масштабов возмущений. Если характерный масштаб возмущения во много раз превышает толщину прогретого слоя в порохе, то такое возмущение не влияет на структуру прогретого слоя и воздействует на режим горения квазистационарным образом. При масштабе возмущения, сравнимом с шириной прогретого слоя, следует рассматривать искривление прогретого слоя и перестройку распределения температуры внутри слоя. Если же масштаб возмущений по направлению распространения горения значительно меньше ширины прогретого слоя, а масштабы в перпендикулярных направлениях существенно больше, то искривление слоя можно не рассматривать и изучать одномерную устойчивость. Таким образом, критерий устойчивого горения пороха по отношению к одномерным возмущениям характеризует устойчивость горения к мелкомасштабной (или, что то же, высокочастотной) части полного спектра возмущений.

Обратим внимание на следующие частные производные:

$$\left(\frac{\partial \ln w}{\partial \ln \Phi_1}\right)_p = \frac{k}{k-1} \quad (T_s = \text{const}),$$

$$\left(\frac{\partial \ln w}{\partial \ln \Phi_1}\right)_p = \frac{k}{k+r-1} \quad (T_s \neq \text{const}).$$

Видно, что для порохов с постоянной температурой поверхности устойчивая область соответствует отрицательному наклону кривой $m(\Phi_1)$ на рис. 9, т. е. подтверждается элементарный анализ устойчивости. С другой стороны, при переменной температуре поверхности пороха наклон кривой может быть как положительным, так и отрицательным. Действительно, выше прямой $r = 1 - k$ (см. рис. 15, прямая 3) наклон положительный, а ниже этой прямой — отрицательный. Этот вывод ликвидирует то несоответствие между теорией и экспериментальными данными, которое было отмечено в начале главы V.

Обратимся к экспериментальным данным. Приведенные в табл. 3 и 4 главы II значения T_s^0 , r , β позволяют вычислить критерий устойчивости горения. Расчеты проведем при постоянной температуре поверхности (критерий устойчивости $k = \beta(T_s - T_0) < 1$) и при переменной температуре (критерий устойчивости $k_1 = (k-1)^2/r(k+1) < 1$). Результаты вычисления критериев для пороха Н представлены в табл. 7.

Из табл. 7 видно, что по критерию устойчивости при условии постоянной температуры поверхности $k < 1$ порох Н должен гореть неустойчиво во всех случаях, приведенных в таблице, за исключением горения при давлении 20 атм и начальной температуре -150°C . Значения критерия устойчивости k_1 , полученного при переменной температуре поверхности, свидетельствуют о том, что при 20 атм порох должен гореть устойчиво при всех начальных температурах, а при 1 атм — лишь при высоких начальных температурах.

Таблица 7

Критерии устойчивости стационарного горения пороха

$T_0, ^\circ\text{C}$	P			
	1 атм		20 атм	
	k	k_1	k	k_1
-150	—	—	0,20	0,20
- 50	—	—	1,20	0,09
0	2,45	1,74	1,55	0,40
+ 50	2,50	1,28	2,00	0,84
+100	2,70	0,87	2,34	0,89

Осциллограммы температуры подтверждают вывод, полученный при помощи второго критерия устойчивости. При 20 атм распределения температуры по зонам горения имеют гладкий вид при всех исследованных начальных температурах пороха (рис. 16). При давлении 1 атм и $T_0 < 60^\circ\text{C}$ горение пороха, судя по записям температуры, становится пульсирующим (рис. 17). При температурах выше 60°C пульсации прекращаются, и порох горит устойчиво в соответствии с критерием $k_1 < 1$. Критерий устойчивости при постоянной температуре поверхности не подтверждается экспериментом.

Существенно отметить, что в случае горения летучих взрывчатых веществ, т. е. веществ, которые горят по классической схеме А. Ф. Беляева (отсутствие химических реакций газификации в конденсированном веществе, жидкое вещество переходит в газовую фазу путем испарения), значения критерия $k = \beta (T_s - T_0)$ меньше единицы — см. [47] и табл. 8.

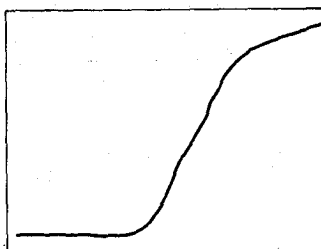
Таблица 8

Значения критерия устойчивости k при горении метилнитрата (МН) и нитрогликоля (НГЛ) ($p = 1$ атм)

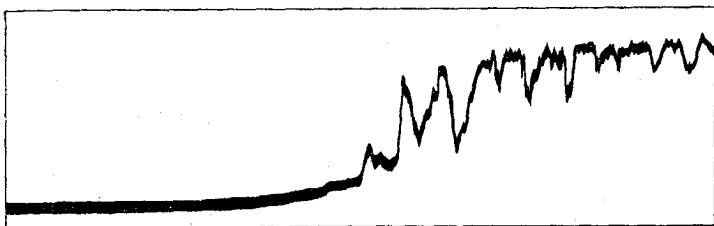
$T_0, ^\circ\text{C}$	0	10	20	40	60	100	140	180
МН	0,15	0,13	0,10	0,06	0,03	—	—	—
НГЛ	—	—	0,72	—	0,55	0,40	0,22	0,08

При расчете критерия устойчивости считалось, что температура поверхности равна температуре кипения ($T_s = 65^\circ\text{C}$ для метилнитрата и $T_s = 200^\circ\text{C}$ для нитрогликоля). Таким образом, летучие жидкие взрывчатые вещества горят устойчиво, что и подтверждается в экспериментах, за исключением тех случаев, когда вследствие большой поверхности горения может проявиться гидродинамическая неустойчивость, рассмотренная Л. Д. Ландау

Р и с. 16. Осциллограммы записи распределения температуры при устойчивом горении баллиститного пороха



Р и с. 17. Осциллограмма записи распределения температур при неустойчивом горении пороха Н



[49]. В данной монографии вопрос о гидродинамической неустойчивости не рассматривается.

В экспериментах также установлено, что при охлаждении жидких взрывчатых веществ до достаточно низких температур горение прекращалось [3, 47]. Так, метилнитрат переставал гореть при температуре меньше -70°C , нитроглицерин неустойчиво горит уже при комнатной температуре. Критерии устойчивости горения при этих температурах близки к единице. Эти факты также подтверждают выводы теории.

§ 2. Нестационарное горение при небольших изменениях давления

Рассмотрим вопрос о нестационарной скорости горения пороха при малых изменениях давления.

Впервые эта задача была рассмотрена одним из авторов в 1944 г. в предположении постоянной температуры поверхности. Здесь изложение будем вести для более общего случая переменной температуры, рассмотренного в [73].

Исключив из соотношений (8.22) величину $\tilde{\varphi}'$, получим

$$\tilde{w}' = \frac{k}{r} \tilde{\theta}'_s + \frac{vr - k\mu}{r} \tilde{z}'. \quad (8.2.1)$$

Подставим в (8.2.1) выражение для $\tilde{\theta}'_s$, которое получается, если в формуле (8.24) положить $\xi = 0$, и произведем разложение на

множители в знаменателях дробей. В результате получим

$$\begin{aligned} \tilde{w}' = 2\theta_0'(0) \frac{k(\sigma' + 1)}{r\sigma'(\sigma' - \sigma_1')(\sigma' - \sigma_2')} + \left\{ vr - k\mu - v - \right. \\ \left. - \frac{k}{r} [\mu(k-1) - vr] \frac{(\sigma' - \sigma_3')(\sigma' - \sigma_4')}{(\sigma' - \sigma_1')(\sigma' - \sigma_2')} \right\} \frac{\tilde{z}'}{k+r-1}, \end{aligned} \quad (8.2.2)$$

где

$$\sigma'_{3,4} = -1 \pm i2 \sqrt{\frac{v(r-1) - \mu k}{\mu(k-1) - vr}} \quad (8.2.3)$$

[\$\sigma'_{1,2}\$ выражаются через \$k\$ и \$r\$ согласно (8.1.4)].

Формула (8.2.2) описывает изменение скорости горения при любом малом изменении давления и произвольном начальном возмущении распределения температуры. Рассмотрим теперь случай периодического и ступенчатого изменения давления.

В первом случае

$$z' = \begin{cases} 0, & \tau < 0, \\ h \exp i\omega\tau, & \tau \geq 0 \end{cases} \quad (8.2.4)$$

и

$$\tilde{z}' = h/(\sigma - i\omega), \quad (8.2.5)$$

а во втором

$$z' = \begin{cases} 0, & \tau < 0, \\ h, & \tau \geq 0 \end{cases} \quad (8.2.6)$$

и

$$\tilde{z}' = h/\sigma. \quad (8.2.7)$$

Подставляя (8.2.5) в (8.2.2), переходя к переменной \$\sigma'\$ и пользуясь теоремой об асимптотическом разложении оригинала при больших \$\tau\$, которая использовалась при исследовании устойчивости в § 1 главы VIII, получим следующее асимптотическое выражение для скорости горения:

$$w' = \frac{v + \delta(vr - \mu k)}{1 - k + \delta[r - (ik/\omega)]} h e^{i\omega\tau}, \quad (8.2.8)$$

где

$$\delta = \frac{1}{2} (\sqrt{1 + \Psi} - \sqrt{2} + i \sqrt{\Psi - 1}) / 2 \sqrt{2}, \quad \Psi = \sqrt{1 + 16\omega^2}.$$

Формула (8.2.8) описывает установившийся режим колебаний скорости горения при \$\tau \to \infty\$, когда влияние начальных условий уже не сказывается.

В случае постоянной температуры поверхности \$r = 0\$ и \$\mu = 0\$, так что

$$w' = v h e^{i\omega\tau} \left[1 - k + \frac{k}{2i\omega} (\sqrt{1 + i4\omega} - 2) \right]. \quad (8.2.9)$$

Рассмотрим два предельных случая формулы (8.2.9), представляющих наибольший интерес.

Если $|\omega| \rightarrow 0$ (малая частота изменения давления), в первом приближении имеем

$$w' = \nu h e^{i\omega\tau}, \quad (8.2.10)$$

что отвечает квазистационарному закону изменения скорости. Во втором приближении

$$w' = \nu(1 + ik\omega) h e^{i\omega\tau} \quad (8.2.11)$$

или

$$w' = \nu z' + \nu k \frac{dz'}{dt}. \quad (8.2.12)$$

Если $|\omega| \rightarrow \infty$ (очень большая частота изменения давления),

$$w' = \frac{\nu h}{1-k} e^{i\omega\tau} = \left(\frac{\partial \ln w}{\partial \ln z} \right)_{\varphi_1} z', \quad (8.2.13)$$

т. е. при быстрых изменениях давления производная температуры у поверхности не успевает следить за этими изменениями (множитель пропорциональности между z' и w' вычисляется при постоянном φ_1).

Сравнение (8.2.10) и (8.2.13) показывает, что амплитуды колебаний скорости горения при переменном давлении в случае высокой частоты и в случае квазистационарного горения отличаются множителем $1/(1-k)$. Чем ближе система расположена к прямой $k=1$, являющейся границей устойчивости при постоянной температуре поверхности, тем более неустойчиво горение пороха по отношению к колебаниям давления. Этот вывод является весьма важным для внутренней баллистики, так как устойчивость горения порохов в камере сгорания зависит от того, как они реагируют на колебания давления.

Рассмотрим эти же предельные случаи для пороха с переменной температурой поверхности (см. (8.2.8)). Вместо (8.2.12) и (8.2.13) получим

$$w' = \nu z' + (\nu - \mu) k \frac{dz'}{d\tau}, \quad (8.2.14)$$

$$w' = \left(\nu - \frac{\mu}{r} k \right) z'. \quad (8.2.15)$$

Из (8.2.15) видно, что при высокочастотных колебаниях давления переход к постоянной температуре поверхности нельзя совершить при помощи прямой подстановки $\mu=0$ и $r=0$, а следует найти предел отношения μ/r при $\mu \rightarrow 0$, $r \rightarrow 0$.

Приведем выражения для возмущения производной температуры у поверхности пороха и возмущения самой температуры

$$\varphi_1' = [vr + \mu(1 - k)]z'/r, \quad \theta_s' = 0. \quad (8.2.16)$$

Иначе говоря, при колебаниях давления с большой частотой температура поверхности остается постоянной, а производная меняется. Переход к модели горения с постоянной температурой следует из (8.2.16), только если

$$\mu/r \rightarrow \text{const} = -v(1 - k). \quad (8.2.17)$$

Этот предел не имеет физического смысла для $k < 1$, так как μ , r и v обычно положительны. С математической точки зрения условие (8.2.17) означает, что на плоскости (μ, r) точка $\mu = 0, r = 0$ является существенно особой.

При колебаниях давления с частотой, близкой к собственной частоте пороха (8.1.9), как и при колебаниях механических систем, появляются резонансные явления [73].

Существование собственной частоты пороха является специфической чертой модели горения пороха с переменной температурой поверхности. Проводя аналогию с электрическими системами, можно сказать, что учет изменения температуры поверхности аналогичен подключению к системе индуктивного сопротивления. Малые возмущения в такой системе затухают колебательным образом и могут распространяться в виде периодических волн как вдоль поверхности пороха, так и вглубь прогретого слоя.

Перейдем ко второму примеру малого изменения давления (8.2.6), (8.2.7). Предполагая, что начальные возмущения распределения температуры в порохе отсутствуют $\theta_0'(0) = 0$, получим из (8.2.2)

$$w'(\tau) = \frac{h}{2\pi} \int_{a-i\infty}^{a+i\infty} \frac{v + (vr - \mu k)(\sqrt{\sigma + 1/4} - 1/2)}{\sigma(1 - k) + (\sigma r + k)(\sqrt{\sigma + 1/4} - 1/2)} e^{\sigma\tau} d\sigma. \quad (8.2.18)$$

Вычисляя интеграл, получим

$$\begin{aligned} \frac{w'(\tau)}{h} = & \left(\frac{v}{2} - \frac{\mu}{r}k \right) \left[2e^{-\lambda\tau} \cos \omega\tau - e^{-\tau/4} U \left(\frac{\omega r}{k-1} \sqrt{\tau}, \frac{k-1}{2r} \sqrt{\tau} \right) \right] + \\ & + \frac{k-1}{2\omega r^2} \left\{ k \left[v + \frac{\mu}{r}(1 - k) \right] + \frac{v(1-r+k)}{2} \right\} \left[2e^{-\lambda\tau} \sin \omega\tau + \right. \\ & \left. + e^{-\tau/4} V \left(\frac{\omega r}{k-1} \sqrt{\tau}, \frac{k-1}{2r} \sqrt{\tau} \right) \right] + \frac{v}{2} \operatorname{erfc} \left(-\frac{\sqrt{\tau}}{2} \right). \end{aligned} \quad (8.2.19)$$

Здесь

$$\operatorname{erfc} s \equiv 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^s e^{-t^2} dt, \quad \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2},$$

а ω_0 и λ даются соотношениями (8.1.9) и (8.1.10). Функции $U(x, y)$ и $V(x, y)$ связаны следующим соотношением:

$$U(x, y) + iV(x, y) = W(s) \quad (s = x + iy),$$

$$W(s) = e^{-s^2} \left(1 + \frac{2i}{\sqrt{\pi}} \int_0^s e^{-t^2} dt \right).$$

При постоянной температуре поверхности пороха соотношение (8.2.19) приводится к виду

$$\frac{w'(\tau)}{h} = \frac{v}{2} \left\{ \frac{1+k}{1-k} e^{\tau k/(1-k)} \operatorname{erfc} \left[\frac{(1+k)}{2(1-k)} \sqrt{\tau} \right] + \operatorname{erfc} \left(-\frac{\sqrt{\tau}}{2} \right) \right\}. \quad (8.2.20)$$

Зависимости $w'(\tau)/vh$, выражаемые соотношениями (8.2.19) и (8.2.20), представлены на рис. 18. Кривые 1 и 2 относятся к случаю переменной температуры поверхности и различных параметров пороха, кривая 3 отвечает случаю постоянной температуры поверхности.

Видно, что скорость горения может вести себя по-разному; например, кривая 2 описывает колебания с частотой, равной собственной частоте пороха, а в случае 1 колебаний вообще не наблюдается. Кривая 3, соответствующая постоянной температуре поверхности, выходит из точки $w'/vh = 1/(1-k)$, в то время как кривые 1 и 2 — из точки $\tau = 0$, $w' = 0$.

Интересно найти асимптотическое поведение этих кривых при малых и при больших временах.

Имеем для $T_s \neq \text{const}$

$$\frac{w'}{vh} = \left(1 - k \frac{\mu}{vr} \right) \left\{ 1 + 2 \frac{k [vr + \mu(1-k)]}{r(vr - \mu k)} \sqrt{\frac{\tau}{\pi}} \right\}, \quad \tau \ll 1;$$

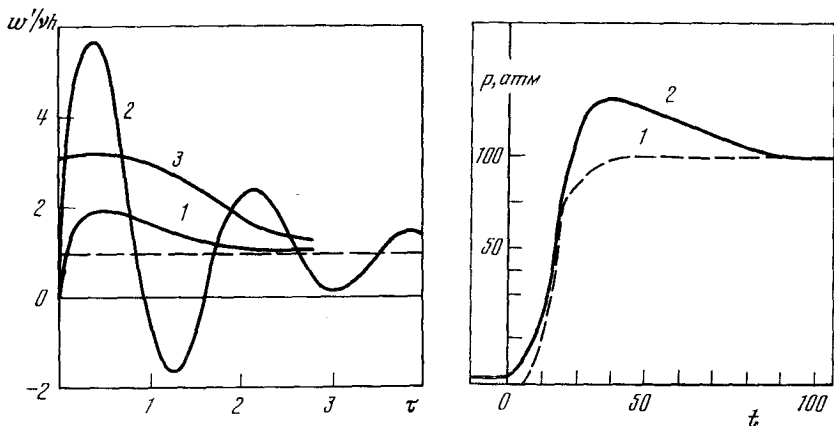
$$\begin{aligned} \frac{w'}{vh} = 1 + \frac{2e^{-\tau/4}}{\sqrt{\pi\tau}} + 2e^{-\lambda\tau} \left\{ \left(\frac{1}{2} - \frac{\mu k}{vr} \right) \cos \omega\tau + \right. \\ \left. + \frac{k-1}{4\omega vr^3} [2k(vr + \mu(1-k)) + vr(1-r+k)] \sin \omega\tau \right\}, \quad \tau \gg 1 \end{aligned}$$

и для $T_s = \text{const}$

$$\frac{w'(\tau)}{vh} = \left(1 + \frac{1-k}{2} \sqrt{\frac{\tau}{\pi}} - \frac{1+k}{8} \tau \right) / (1-k), \quad \tau \ll 1;$$

$$\frac{w'(\tau)}{vh} = 1 + \frac{2}{\sqrt{\pi\tau}} e^{-\tau/4}, \quad \tau \gg 1.$$

В экспериментах [51] нестационарная скорость горения была обнаружена при повышении давления. Была сконструирована ракетная камера порохового двигателя, в которой можно было специальным быстродействующим механизмом быстро изменять сечение выходного сопла. При большом сечении сопла порох горел почти при атмосферном давлении, при малом давлении стационарного горения составляло 100 атм. Если поджечь пороховой



Р и с. 18. Изменение скорости горения во времени при небольшом резком увеличении давления

Р и с. 19. Индикаторные диаграммы, иллюстрирующие наличие нестационарной скорости горения (t в мсек)

заряд при низком давлении, получить стационарный режим горения, а затем резко уменьшить сечение сопла, то выход горения на новый стационарный режим при высоком давлении происходит так, что на регистрируемой в опытах кривой «давление в ракетной камере — время» возникает максимум. Этот максимум свидетельствует о том, что скорость горения пороха во время переходного режима превышает стационарную скорость горения при новом давлении, т. е. подтверждается теория нестационарного горения.

На рис. 19 изображены зависимости давления от времени для опыта с постоянным сечением сопла и плавным установлением стационарной скорости горения при давлении 100 атм (кривая 1) и для случая перехода от стационарного горения при атмосферном давлении к стационарному горению при 100 атм при резком уменьшении критического сечения сопла (кривая 2). Видно наличие нестационарного переходного режима в начале горения, при котором давление в камере (т. е. нестационарная скорость горения) больше конечного стационарного значения.

§ 3. Акустические свойства горящей поверхности пороха

Нестационарные эффекты, сопровождающие горение пороха, проявляются при отражении газодинамических волн от горячей поверхности пороха. Экспериментальные факты свидетельствуют о том, что в пороховых ракетных камерах сгорания часто возникает высокочастотная неустойчивость горения (с характерной ча-

стойкой акустических волн), являющаяся следствием усиления волны сжатия при ее отражении от горящей поверхности пороха.

Высокочастотная неустойчивость горения пороха в пороховых ракетных камерах была подробно исследована в Советском Союзе А. Д. Марголиным. Он впервые обратил внимание на связь возникающих в камере внезапных подъемов давления (пиков давления) с эффектами нестационарного горения пороха и предложил теорию усиления акустических волн при их отражении от горящей поверхности пороха.

Физической причиной усиления волны является изменение скорости горения пороха и температуры оттекающих от пороха продуктов сгорания под влиянием изменяющегося давления и скорости потока газов вдоль поверхности пороха. В дальнейшем ограничимся рассмотрением случая падения волны, при котором течение газа вдоль поверхности отсутствует.

Отметим, что характерный размер волны сжатия (длина звуковой волны L) намного больше толщины газовой зоны горения пороха, т. е. $L \gg \kappa_2/u_2^0$. Это одновременно означает малость характерного времени газовой фазы по сравнению с характерным временем акустического возмущения, т. е. $\kappa_2 u_2^0 \ll L/a_s$ (a_s — скорость звука), поскольку число Маха оттекающих от пороха продуктов сгорания много меньше единицы.

Эти соображения означают, что можно рассматривать горящую поверхность пороха как имеющую температуру продуктов сгорания T_b . При отражении волны сжатия изменяется температура горения T_b и образуется волна энтропии, движущаяся вместе с оттекающим газом.

Отражательные свойства горящей поверхности пороха определяются поведением параметра ζ , который называется акустической проводимостью поверхности

$$\zeta = -\gamma M \frac{u'/u_2^0}{p'/p^0} \quad \left(M = \frac{u_2^0}{a_s}, \gamma = \frac{c_p}{c_v} \right). \quad (8.3.4)$$

При $\text{Re } \zeta > 0$ волна сжатия ослабляется.

Введем параметр ζ в выражение, связывающее возмущения массовой скорости горения, давления и температуры горения. Для этого исключим из линеаризованного уравнения сохранения массы (3.5)

$$m' = \rho_2^0 u_2' + u_2^0 \rho_2'$$

возмущение плотности с помощью линеаризованного уравнения газового состояния

$$\frac{\rho_2'}{\rho_2^0} = \frac{p'}{p^0} - \frac{T'}{T_b^0}$$

и используем определение (8.3.1). В результате получим

$$w' = \left(1 - \frac{\xi}{\gamma M}\right) z' - \theta_b', \quad (8.3.2)$$

где θ_b' — возмущение температуры сгорания.

Соотношение (8.3.2) полностью характеризует отражение волны сжатия или разрежения от горячей поверхности пороха через изменения скорости горения и температуры продуктов горения, которые следует определять, используя теорию нестационарного горения пороха.

Они получаются из линеаризованного условия $m = m_2(p, T_b)$

$$w' = \frac{k}{g} \theta_b' + v z', \quad g = \frac{c_1}{c_2} \frac{T_s^0 - T_0}{T_b^0} \quad (8.3.3)$$

и соотношения (8.2.2), в котором следует выполнить обратное преобразование Лапласа. Соотношения (8.3.2) и (8.3.3) носят общий характер, так как они не зависят от формы волны сжатия; специфика падающей волны учитывается лишь при применении обратного преобразования Лапласа к (8.2.2). В случае периодической акустической волны оно приводит к выражению (8.2.8). Исключение w', z', θ_b' из соотношений (8.3.2), (8.3.3) и (8.2.8) определяет акустическую проводимость пороха

$$\xi = m^0 \sqrt{\frac{\gamma}{\rho_2^0 \rho_2^0}} \left\{ 1 - \frac{v + \frac{1}{2} [\mu(k+g) - vr] (1-\beta) + gv [1 - (\beta-1)/2i\omega]}{1 - \frac{1}{2} r (1-\beta) - k [1 - (\beta-1)/2i\omega]} \right\},$$

$$\beta = \sqrt{1 + i4\omega}. \quad (8.3.4)$$

Для пороха с постоянной температурой поверхности из (8.3.4) получим

$$\xi = m^0 \sqrt{\frac{\gamma}{\rho^0 \rho_2^0}} \left[1 - v + v(k+g) \frac{2i\omega + 1 - \beta}{(2i\omega + 1 - \beta)k - 2i\omega} \right]. \quad (8.3.5)$$

Чтобы найти интервал частот, соответствующих усилению звуковой волны, отражающейся от горячей поверхности, нужно выделить действительную часть в (8.3.4) и (8.3.5) и исследовать зависимость ее от различных параметров.

На рис. 20 представлены результаты таких вычислений [70]. Кривые 1 и 3 относятся к случаю постоянной температуры поверхности, а 2 и 4 — с переменной температурой. (Все остальные параметры при этом остаются фиксированными.) Отметим, что непостоянство температуры поверхности пороха приводит к заметному сдвигу интервала частот, соответствующих усилению звуковой волны. При падении слабой ударной волны на поверхность горящего пороха выкладки могут быть повторены с использованием соотношения (8.2.19) вместо (8.2.8). Заметим, что про-

филь отраженной волны будет отличаться от профиля падающей волны, поскольку слабая ударная волна может быть представлена в виде суперпозиции периодических волн с бесконечным набором частот, одни из которых будут усиливаться, а другие ослабляться.

§ 4. Критерий линейной неустойчивости стационарного горения пороха в небольших камерах сгорания

Возникновение неустойчивости при горении пороха в ракетных камерах известно уже давно. В настоящее время различают следующие три типа срыва устойчивого горения.

1. Катастрофический рост давления в камере сгорания из-за резкой чувствительности стационарной скорости горения к давлению. Неустойчивость подобного рода возникает, если величина $\nu = d \ln u_1^0 / d \ln p > 1$, и объясняется тем, что масса газа, накопившаяся в камере сгорания, не успевает вытекать через сверхзвуковое сопло, потому что расход газа через сопло медленнее растет с увеличением давления, чем массовая скорость горения пороха. Этот факт известен уже очень давно, и на практике поэтому используют пороха с $\nu < 1$.

2. Высокочастотная неустойчивость, которая связана с распространением по камере сгорания акустических волн, усиливающихся при отражении от поверхности горения. Рассмотрению условий усиления был посвящен § 3.

3. Низкочастотная неустойчивость, при которой давление изменяется по всей ракетной камере одинаково, но достаточно быстро, так что существенны эффекты нестационарного горения. Этот вопрос рассматривается ниже.

Результаты, изложенные в § 2, свидетельствуют о том, что изменение скорости горения пороха при колебаниях давления сильно зависит от частоты этих колебаний. С другой стороны, уровень давления в камере сгорания зависит от изменения скорости горения. Если изменение давления происходит медленно, так что порох горит квазистационарно, срыв устойчивого горения происходит в соответствии с пунктом 1, т. е. при $d \ln u_1^0 / d \ln p > 1$. Проследим, как изменяется это условие, если принять во внимание нестационарные эффекты горения и истечения из камеры сгорания. Предвосхищая результаты исследования, заметим, что несмотря на то, что ν в стационарном режиме горения меньше единицы и, казалось бы, обеспечивается устойчивая работа камеры сгорания, нестационарные эффекты могут приводить к тому, что в действительности реализуется эффективное значение ν , большее единицы, и возникает неустойчивость.

Ниже будем считать, что давление одинаково во всем объеме камеры сгорания и зависит только от времени. Это означает, что время распространения звуковых волн по камере намного меньше

характерного времени изменения давления; поэтому давление практически мгновенно выравнивается по всему объему.

Предположим также, что температура продуктов горения не зависит ни от координаты внутри камеры, ни от времени (отсутствует Махэ-эффект).

Кроме уравнений нестационарной теории горения пороха (5.7) — (5.10), определяющих зависимость скорости горения от давления и времени, необходимо использовать уравнение баланса массы в камере сгорания, которое определяет зависимость давления от скорости горения и времени

$$\frac{dp}{dt} = \frac{RT_b^0}{\mu_2 V} (mS - pAS_*). \quad (8.4.1)$$

Здесь μ_2 — молекулярный вес продуктов сгорания, V — объем камеры, S — площадь горящей поверхности пороха, A — коэффициент истечения газов через сверхзвуковое сопло (предполагается постоянным), S_* — площадь критического сечения сопла. После введения безразмерных переменных и линеаризации уравнения (8.4.1) имеем

$$\chi \frac{dz'}{d\tau} = w' - z', \quad (8.4.2)$$

где $\chi = \mu_2 u_1^{0^2} V / \kappa_1 S_* A R T_b^0$ есть отношение двух характерных времен: камеры сгорания $\tau_* = \mu_2 V / S_* A R T_b^0$ и прогретого слоя в порохе $\tau_1 = \kappa_1 / u_1^{0^2}$.

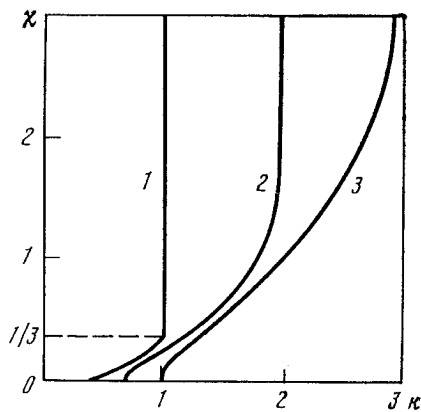
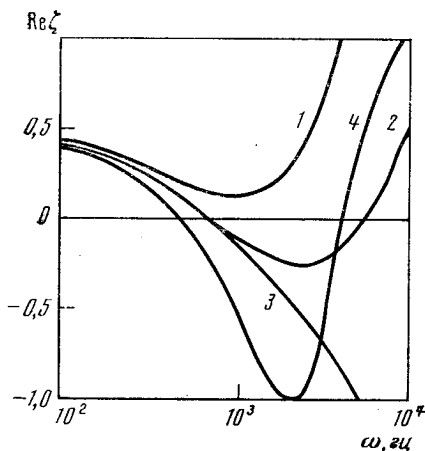
Применяя к (8.4.2) преобразование Лапласа, выражая из получившегося соотношения величину \tilde{z}' и подставляя ее в (8.2.2), получим

$$\tilde{w}' = \frac{1}{(1 + \frac{1}{4}\chi(\sigma'^2 - 1) - Y_0)} \times \\ \times \left\{ 2\theta_0'(0) \frac{k(\sigma' + 1)(1 + \frac{1}{4}\chi(\sigma'^2 - 1))}{r\sigma'(\sigma' - \sigma'_1)(\sigma' - \sigma'_2)} + \chi Y_0 \tilde{z}'(0) \right\} \quad (8.4.3)$$

$$\left(Y_0 = \frac{k[\mu(k-1) - vr]}{r(k+r-1)} \left\{ \frac{r[v(r-1) - k\mu]}{k[\mu(k-1) - vr]} - \frac{(\sigma' - \sigma'_3)(\sigma' - \sigma'_4)}{(\sigma' - \sigma'_1)(\sigma' - \sigma'_2)} \right\} \right).$$

При исследовании спонтанной неустойчивости, вызываемой пульсациями давления, можно первое слагаемое в фигурных скобках в (8.4.3) положить равным нулю и исследовать асимптотическое поведение второго слагаемого при больших временах аналогично тому, как это было сделано в § 1 главы VIII. Более подробно это исследование приведено в книге Б. В. Новожилова [73]. Основные результаты показаны на рис. 21, на котором изображены области устойчивого и неустойчивого горения на плоскости (k, χ) для разных значений r .

Области неустойчивости лежат справа от нанесенных кривых. Кривая I соответствует пороху с постоянной температурой поверх-



Р и с. 20. Зависимость действительной части акустической проводимости горящего пороха от частоты звуковых волн

Р и с. 21. Области устойчивого и неустойчивого горения пороха в ракетной камере ($\mu = 0$, $\nu = 1/3$)

ности ($r = 0$), кривые 2 и 3 — с переменной температурой поверхности ($r = 1/3$, 1, соответственно).

Таким образом, исследование показывает, что при достаточно малых величинах χ (малом отношении времени камеры к характерному времени прогретого слоя), порох, который горит устойчиво при постоянном давлении (в большом объеме), в малых объемах ракетной камеры сгорания может проявлять неустойчивость. Изменение температуры поверхности при данной величине k стабилизирует горение пороха.

Определяющую роль критерия χ можно было предвидеть из физических соображений. Взаимодействие ограниченного объема камеры сгорания ракетного двигателя с нестационарным прогретым слоем пороха и связанной с ним нестационарной скоростью горения может проявиться, когда время пребывания газов в камере сравнимо с характерным временем прогретого слоя пороха, т. е. при значении параметра χ , близком к единице. Естественно было также ожидать, что это взаимодействие будет носить дестабилизирующий характер, поскольку при увеличении частоты изменения давления эффективный показатель ν в законе горения пороха, как было показано ранее, растет и может превысить единицу.

Отметим, что при нестационарном горении пороха в замкнутом или полужамкнутом объемах возникает неоднородное распределение температуры сгоревших газов по объему, связанное с эффектом Махэ [29, 56]. Эффект заключается в том, что при горении с поджатием продуктов сгорания их температура зависит от того, при каком давлении они начали сжиматься. Поэтому порции продуктов сгорания, образовавшиеся раньше, имеют более высо-

кую температуру. Этот эффект значительно усложняет решение задачи, и, стремясь получить более простое и обозримое решение, мы им пренебрегли.

Пренебрежение это можно оправдать, если учесть, что коэффициент истечения газа через сверхзвуковое сопло слабее зависит от температуры, чем от давления. (Он обратно пропорционален корню квадратному из температуры, но пропорционален давлению в камере.) Поэтому температура продуктов сгорания была принята постоянной.

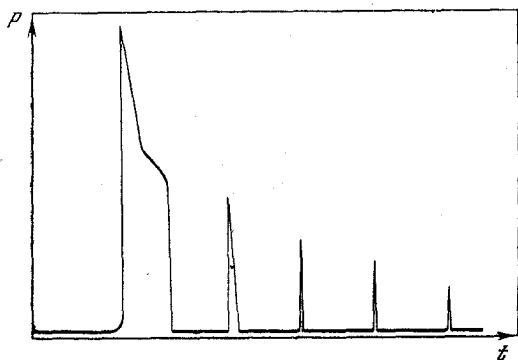
При низких давлениях в камере сгорания (ниже 20—25 атм) на величину критического значения χ может оказывать влияние неполное раскисление азота.

Продукты сгорания, поступающие в сопло от различных участков поверхности горящего пороха, могут иметь неодинаковый состав и неодинаковую температуру: от участков, лежащих ближе к соплу, поток газа может содержать значительное количество NO и иметь более низкую температуру. Учет этого эффекта затруднен тем, что для его расчета необходимо привлекать сведения о турбулентном смешении потоков газа, распределенных вдоль камеры сгорания, которые носят грубо приближенный характер. При торцевом горении бесканального порохового заряда (горит торец заряда, обращенный к соплу) можно учесть влияние и эффекта Махе, и неполноты горения [18]. Однако использование такой схемы горения нерационально с точки зрения получения высокого реактивного импульса ракетного двигателя и поэтому редко применяется на практике.

После потери устойчивости горения пороха в ракетной камере, как показывают эксперименты, происходит погасание порохового заряда; однако через некоторое время порох вновь воспламеняется от горячих газов, оставшихся после погасания, затем происходит повторное погасание, повторное воспламенение и т. д. — наблюдается так называемое «чихание» ракетного двигателя. Иногда «чихание» не происходит — порох сразу гаснет.

На рис. 22 изображена зависимость давления от времени при аномальном горении (после окончания горения в этом опыте в камере остался не полностью сгоревший порох).

Первоначальная точка зрения на причину аномального горения, высказанная Ю. А. Победоносцевым после его открытия в 30-х годах, заключалась в том, что поток газов — продуктов сгорания, устремляясь к соплу, сдувает пламя с порохового заряда и тем самым гасит его. Однако затем было показано [50], что обдувание пороха продуктами сгорания приводит к ускорению горения, а не к погасанию (см. главу VI). Явление раздувания не является причиной аномального горения, хотя при больших значениях критерия Победоносцева Ro оно может привести к аномальному горению из-за образования к концу горения клиновидной формы заряда с быстро уменьшающейся поверхностью горения [32]. Не исключена возможность (хотя в чистом виде эксперимен-



Р и с. 22. Изменение давления во времени при аномальном горении

тально (это не показано) погасания заряда с большим значением P_0 из-за быстрого уменьшения давления вследствие выгорания пороха.

Другая точка зрения на причину возникновения аномального горения заключается в том, что при больших значениях критерия Победоносцева уменьшается время пребывания газов в камере и химические реакции не успевают проходить до конца. При этом давление в камере падает и вызывает погасание пороха. Однако прямые опыты по определению химического состава истекающих из сопла газов показали, что продукты неполного химического превращения (NO и другие) в них отсутствуют даже в самом начале опыта, когда значение P_0 максимально из-за малого диаметра канала цилиндрического заряда пороха. Неполное химическое превращение может влиять на аномальное горение, если только давление в камере падает до ~ 20 атм или ниже.

Теория возникновения неустойчивого горения в ракетной камере, изложенная выше, показывает, что неустойчивость горения связана с физикой горения пороха: неустойчивость возникает при определенном отношении времени истечения газов из камеры и времени релаксации прогретого слоя пороха. Специальные эксперименты [50] показали, что в соответствии с теорией аномальное горение требует наличия режима сверхзвукового истечения газов из камеры сгорания и достаточно малого объема камеры. Два принципиальных опыта были следующими.

Опыт 1. Заряд пороха горел только по торцевой поверхности, обращенной к выходу из камеры (боковая поверхность заряда была забронирована). При таком расположении горячей поверхности и сопла обдув поверхности пороха газами был исключен. Критическое сечение сопла камеры могло плавно изменяться в одном опыте от величины, при которой истечение газов из камеры происходило в дозвуковом режиме, до любой малой величины, при которой истечение становилось сверхзвуковым. При полностью открытом сопле порох устойчиво горел при давлении, прак-

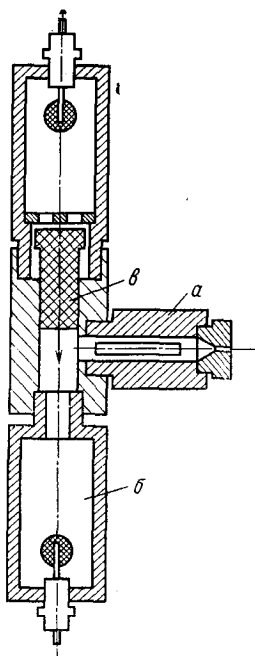
тически равном атмосферному. Если зажечь порох при полностью открытом сопле и затем постепенно уменьшать критическое сечение сопла, то при определенной величине сечения, когда возникал сверхзвуковой режим истечения, порох самопроизвольно погасал, т. е. возникало аномальное горение.

Этот опыт показывает, что природа аномального горения не связана с обдуванием горячей поверхности пороховыми газами и требует наличия режима сверхзвукового истечения газов через сопло.

Опыт 2 (рис. 23). К реактивной камере *a* подключался большой объем *б*, отделенный от камеры быстродействующим клапаном *в*, который мог отключать камеру от свободного объема. Поверхность заряда и площадь критического сечения сопла, т. е. давление в ракетной камере, были подобраны так, что горение было аномальным, и порох погасал. Однако при подключении к камере большого объема заряд сгорал стабильно и полностью. Если в опыте с подключенным объемом, когда заряд горел устойчиво, внезапно отключался дополнительный объем быстродействующим клапаном, порох в ракетной камере погасал. Этот опыт показывает наличие предсказуемого теорией стабилизирующего действия свободного объема. Экспериментально определенные значения χ для баллиститного пороха Н на границе возникновения аномального горения оказались в несколько раз больше теоретических. Это количественное расхождение при качественном совпадении экспериментальной картины с предсказаниями теории, по-видимому, связано с химическими про-

цессами, учитываемыми в теории только схематически.

При проведении серии опытов с постепенным уменьшением давления в камере (или, что то же самое, с постепенным уменьшением критерия χ) вблизи значений параметров, при которых наступает нестационарное горение в ракетной камере, в ряде опытов наблюдалось возникновение колебаний давления [11, 62, 85, 87]. Теория также предсказывает низкочастотные колебания давления на пределе устойчивости. В работе [62] было показано, что частота колебаний $\omega \sim p^{3/2}$, т. е. ω , как это следует и из теории, определяется временем релаксации прогретого слоя пороха (частота этих релаксационных колебаний $\omega \sim u_1^2/\kappa_1 \sim p^{2\nu}/\kappa_1$, причем $\nu = 0,65 \div 0,75$; все данные для пороха Н). Частота колебаний для пороха Н при $p = 60 \div 180$ атм составляла от 10 до 60 *гц*.



Р и с. 23. Схема установки в опыте 2

ИНТЕГРАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ТЕОРИИ НЕСТАЦИОНАРНОГО ГОРЕНИЯ ПОРОХА

Основной целью теории нестационарного горения является определение функциональной связи между скоростью горения пороха и изменяющимися во времени внешними параметрами, такими, как давление, интенсивность облучения, скорость потока газов. Конкретный вид распределения температуры внутри пороха для задач внутренней баллистики несуществен. Представляет интерес поэтому сформулировать задачу нестационарного горения пороха так, чтобы процедура отыскания распределения температуры в прогретом слое пороха была бы исключена с самого начала. Этого можно достичь преобразованием основного уравнения теплопроводности с соответствующими граничными и начальными условиями в интегральное уравнение [72].

Решим эту задачу в случае нестационарного горения пороха, облучаемого световым потоком.

В безразмерных переменных (8.1) — (8.5) уравнение теплопроводности с граничными и начальными условиями [см. (5.8) — (5.10) и (7.4)] имеет вид

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + w(\varphi_1, z, f) \frac{\partial \theta}{\partial \xi} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} + f G e^{G\xi}, \quad (9.1)$$

$$\theta(-\infty, \tau) = 0, \quad \theta(0, \tau) = \theta_s(\varphi_1, z, f), \quad (9.2)$$

$$\theta(\xi, \tau_0) = \theta_0(\xi), \quad (9.3)$$

где

$$f = j/\rho_1 u_1^0 c_1 (T_s - T_0), \quad G = \kappa_1 / H u_1^0.$$

Применим к уравнению (9.1) с граничными условиями (9.2) преобразование Фурье по ξ , положив $\theta = 0$ при $\xi > 0$. Обозначая

$$\bar{\theta}(\sigma, \tau) = \int_{-\infty}^0 \theta(\xi, \tau) e^{-i\sigma\xi} d\xi, \quad (9.4)$$

из (9.1) и (9.2) получим уравнение для Фурье-образа температуры

$$\frac{d\bar{\theta}}{d\tau} + (i\sigma w + \sigma^2) \bar{\theta} = (i\sigma - w) \theta_s + \varphi_1 + \frac{fG}{G - i\sigma} \quad (9.5)$$

с начальным условием

$$\tilde{\theta}_0(\sigma, \tau_0) = \int_{-\infty}^0 \theta_0(\xi) e^{-i\sigma\xi} d\xi, \quad (9.6)$$

интегрирование которого дает

$$\begin{aligned} \tilde{\theta}(\sigma, \tau) = & \tilde{\theta}_0(\sigma, \tau_0) \exp\{-\sigma^2(\tau - \tau_0) - i\sigma I(\tau_0, \tau)\} + \\ & + \int_{\tau_0}^{\tau} \left[(i\sigma - w)\theta_s + \varphi_1 + \frac{fG}{G - i\sigma} \right] \exp\{-\sigma^2(\tau - \tau') - i\sigma I(\tau', \tau)\} d\tau' \end{aligned} \quad (9.7)$$

где

$$I(\tau_0, \tau) = \int_{\tau_0}^{\tau} w(\tau'') d\tau'', \quad I(\tau', \tau) = \int_{\tau'}^{\tau} w(\tau'') d\tau''. \quad (9.8)$$

Применим к соотношению (9.7) обратное преобразование Фурье и, меняя порядок интегрирования, получим распределение температуры в порохе, которое определяется через температуру поверхности, начальное распределение температуры, скорость горения и интенсивность светового потока

$$\begin{aligned} \theta(\xi, \tau) = & \frac{1}{2\sqrt{\pi(\tau - \tau_0)}} \int_{-\infty}^0 \theta_0(\xi') \exp\left\{-\frac{[I(\tau_0, \tau) + \xi' - \xi]^2}{4(\tau - \tau_0)}\right\} d\xi' + \\ & + \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_{\tau_0}^{\tau} \left[\varphi_1 - w\theta_s + \theta_s \frac{I(\tau, \tau') - \xi}{2(\tau - \tau')} \right] \exp\left\{-\frac{[I(\tau', \tau) - \xi]^2}{4(\tau - \tau')}\right\} \times \\ & \times \frac{d\tau'}{\sqrt{\tau - \tau'}} + \frac{1}{2} \int_{\tau_0}^{\tau} fG \left\{ 1 - \operatorname{erf}\left[G\sqrt{\tau - \tau'} - \frac{I(\tau', \tau) - \xi}{2\sqrt{\tau - \tau'}}\right] \right\} \times \\ & \times \exp\{G^2(\tau - \tau') - G[I(\tau', \tau) - \xi]\} d\tau', \end{aligned} \quad (9.9)$$

где

$$\operatorname{erf}(v) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^v e^{-u^2} du.$$

Устремив в (9.9) ξ к нулю, получим искомое соотношение между θ_s , φ_1 , w , f и $\theta_0(\xi)$ [при этом, так как в точке $\xi = 0$ температура терпит разрыв $\theta(-0, \tau) = \theta_s$, $\theta(+0, \tau) = 0$, необходимо правую часть в (9.9) умножить на два]

$$\begin{aligned} \theta_s(\tau) = & \int_{-\infty}^0 \theta_0 \exp\left\{-\frac{[I(\tau_0, \tau) + \xi]^2}{4(\tau - \tau_0)}\right\} \frac{d\xi}{\sqrt{\pi(\tau - \tau_0)}} + \\ & + \int_{\tau_0}^{\tau} \left[\varphi_1 - w\theta_s + \theta_s \frac{I(\tau', \tau)}{2(\tau - \tau')} \right] \exp\left[-\frac{I^2(\tau', \tau)}{4(\tau - \tau')}\right] \frac{d\tau'}{\sqrt{\pi(\tau - \tau')}} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \int_{\tau_0}^{\tau} Gf(\tau') \left\{ 1 - \operatorname{erf} \left[G \sqrt{\tau - \tau'} - \frac{I(\tau', \tau)}{2 \sqrt{\tau - \tau'}} \right] \right\} \exp [G^2(\tau - \tau')] - \\
 & - GI(\tau', \tau) d\tau'. \tag{9.10}
 \end{aligned}$$

Это соотношение и зависимости (5.7) образуют искомую систему уравнений.

При рассмотрении переходных режимов начальный момент τ_0 можно полагать равным нулю. Если рассматривается установившийся режим горения (например, периодические колебания скорости горения), то τ_0 необходимо устремить к $-\infty$. При этом интеграл, зависящий от начального распределения, обратится в нуль.

В стационарном режиме горения при облучении пороха скорость горения определяется поглощенной энергией излучения и не зависит от прозрачности пороха (см. главу V), хотя от прозрачности может зависеть устойчивость режима горения. При нестационарном горении скорость горения, как видно из (9.10), зависит от величины G — отношения ширины прогреваемого слоя, подсчитанной по михельсоновскому распределению температуры, и характерной глубины поглощения излучения.

Так, если $G \ll 1$, то в течение периода времени, при котором

$$\int_{\tau_0}^{\tau} w d\tau \ll G, \tag{9.11}$$

порох можно считать абсолютно прозрачным, и влиянием изменения светового потока на процесс горения можно пренебречь.

В другом предельном случае сильного поглощения излучения, когда $G \gg 1$, порох абсолютно непрозрачен. Тогда в уравнении (9.10) влияние светового облучения будет проявляться только в том, что вместо величины ϕ_1 во втором слагаемом будет присутствовать величина $\phi_1 + f$; третье слагаемое обратится в нуль. Следует оговориться, что переход к бесконечно большим значениям G достаточно условен, так как при слишком сильном поглощении света может оказаться несправедливым пренебрежение толщиной зоны реакции газификации пороха и фотохимическим влиянием.

В настоящее время точное решение нелинейной задачи нестационарного горения пороха (9.10) известно только для двух законов изменения скорости горения: автомодельного режима горения (см. главу X) и режима ступенчатого изменения скорости горения пороха с постоянной температурой поверхности и в отсутствие облучения.

Задачи теории нестационарного горения пороха можно условно разделить на прямые и обратные. К прямым относятся задачи, в которых по заданным изменениям внешнего параметра $z(\tau)$ (давления, скорости потока газа, интенсивности светового облу-

чения) требуется определить скорость нестационарного горения пороха. В обратных задачах по известному изменению скорости горения $w(\tau)$ требуется найти условия ее реализации. Если прямая задача связана с решением нелинейного относительно скорости $w(\tau)$ интегрального уравнения (9.10) с алгебраическими связями (5.7), то в обратной задаче интегральное уравнение линейно относительно неизвестных функций $\varphi_1(\tau)$, $\theta_s(\tau)$ и $z(\tau)$, что облегчает его решение. Однако точное решение обратной задачи в общем виде для произвольного закона изменения скорости горения $w(\tau)$ все же затруднено из-за сложности ядра интегрального уравнения.

В связи с этим представляет интерес построение приближенного с заданной точностью решения как прямых, так и связанных с ними обратных задач теории нестационарного горения пороха. Покажем, как можно строить приближенные решения при помощи интегрального уравнения (9.10) (ограничимся случаем отсутствия облучения).

Перепишем его в виде

$$L(\tau) = \int_0^{\tau} \frac{\varphi_1(\tau')}{\sqrt{\pi(\tau - \tau')}} \exp\left[-\frac{I^2(\tau', \tau)}{4(\tau - \tau')}\right] d\tau' \quad (\tau_0 = 0), \quad (9.12)$$

где

$$L(\tau) = \theta_s(\tau) + \int_0^{\tau} \theta_s(\tau') \left[w(\tau') - \frac{I(\tau, \tau')}{2(\tau - \tau')} \right] \exp\left[-\frac{I^2(\tau', \tau)}{4(\tau - \tau')}\right] \times \\ \times \frac{d\tau'}{\sqrt{\pi(\tau - \tau')}} - \int_{-\infty}^0 \theta_0 \exp\left[-\frac{(I(0, \tau) + \xi)^2}{4\tau}\right] \frac{d\tau}{\sqrt{\pi\tau}}. \quad (9.13)$$

Уравнение (9.12) является уравнением Вольтерра I рода с неограниченным ядром, квадрат которого неинтегрируем. Для того, чтобы можно было воспользоваться хорошо разработанной теорией интегральных уравнений [78], преобразуем его к уравнению с ограниченным ядром следующим образом. Умножим обе части уравнения на функцию

$$\frac{1}{\sqrt{\pi(\tau - \tau')}} \exp\left(\frac{1}{4} \int_0^{\tau'} w^2 d\tau''\right),$$

предварительно произведя замену переменных $\tau \rightarrow \tau'$, $\tau' \rightarrow \tau''$, и проинтегрируем обе части его по τ' от 0 до τ . В результате получим

$$\int_0^{\tau} L(\tau') \exp\left(\frac{1}{4} \int_0^{\tau'} w^2 d\tau''\right) \frac{d\tau'}{\sqrt{\pi(\tau - \tau')}} = \int_0^{\tau} \varphi_1(\tau'') K_1(\tau'', \tau) d\tau'', \quad (9.14)$$

где ядро

$$K_1(\tau'', \tau) = \left[\exp \left(\frac{1}{4} \int_0^{\tau''} w^2 d\tau' \right) \right] \int_{\tau''}^{\tau'} \exp \left[\frac{1}{4} \left(\int_{\tau''}^{\tau'} w^2 d\tau - \frac{I^2(\tau'', \tau')}{\tau' - \tau''} \right) \right] \times \\ \times \frac{d\tau'}{\pi \sqrt{(\tau - \tau')(\tau' - \tau'')}} \quad (9.15)$$

ограничено при любых конечных значениях τ и τ'' , так как входящий в него интеграл сходится (подынтегральная функция имеет в точках $\tau' = \tau$ и $\tau' = \tau''$ интегрируемые особенности).

Отметим, что

$$\lim_{\tau'' \rightarrow \tau} \int_{\tau''}^{\tau} \exp \left[\frac{1}{4} \left(\int_{\tau''}^{\tau'} w^2 d\tau - \frac{I^2(\tau'', \tau')}{\tau' - \tau''} \right) \right] \frac{d\tau'}{\pi \sqrt{(\tau - \tau')(\tau' - \tau'')}} = 1. \quad (9.16)$$

Это соотношение можно установить, используя подстановку $y = (\tau' - \tau'') / (\tau - \tau'')$ и переходя затем к пределу под знаком интеграла.

Дифференцируя уравнение (9.14) по τ и принимая во внимание (9.16), получим для φ интегральное уравнение Вольтерра II рода

$$\varphi_1(\tau) = F(\tau) - \int_0^{\tau} \varphi_1(\tau'') K_2(\tau'', \tau) d\tau'', \quad (9.17)$$

где

$$F(\tau) = \left[\exp \left(- \int_0^{\tau} \frac{1}{4} w^2 d\tau' \right) \right] \frac{d}{d\tau} \int_0^{\tau} L(\tau') \exp \left(\frac{1}{4} \int_0^{\tau'} w^2 d\tau'' \right) \frac{d\tau'}{\sqrt{\pi(\tau - \tau')}} , \quad (9.18)$$

$$K_2(\tau'', \tau) = \left[\exp \left(- \frac{1}{4} \int_{\tau''}^{\tau} w^2 d\tau' \right) \right] \frac{d}{d\tau} \int_{\tau''}^{\tau} \exp \left[\frac{1}{4} \left(\int_{\tau''}^{\tau} w^2 d\tau - \frac{I^2(\tau'', \tau')}{\tau' - \tau''} \right) \right] \frac{d\tau'}{\pi \sqrt{(\tau - \tau')(\tau' - \tau'')}} . \quad (9.19)$$

Ядро $K_2(\tau'', \tau)$ ограничено. Подынтегральная функция в (9.19) имеет интегрируемую особенность при $y = 1$ и конечна при любом $y < 1$, включая $y = 0$, так как

$$\lim_{y(\tau - \tau'') \rightarrow 0} \frac{I(\tau'', \tau'' + y(\tau - \tau''))}{y(\tau - \tau'')} = w(\tau'').$$

Как известно из теории интегральных уравнений, уравнение Вольтерра II рода с ограниченными и непрерывными $F(\tau)$ и $K_2(\tau'', \tau)$ (ограниченность $F(\tau)$ также может быть показана) имеет единственное решение, которое ограничено и непрерывно. Это решение определяется пределом последовательных приближений

$$\varphi_1^{(0)}(\tau), \varphi_1^{(1)}(\tau), \dots, \varphi_1^{(n)}(\tau), \dots, \quad (9.20)$$

удовлетворяющих рекуррентным соотношениям

$$\varphi_1^{(n)}(\tau) = \varphi_1^{(0)}(\tau) - \int_0^\tau K_2(\tau'', \tau) \varphi_1^{(n-1)}(\tau'') d\tau'', \quad n = 1, 2, \dots$$

При этом ряд

$$\varphi(\tau) = F(\tau) + (\varphi_1^{(1)} - F(\tau)) + (\varphi_1^{(2)} - \varphi_1^{(1)}) + \dots \quad (9.21)$$

имеет бесконечный радиус сходимости R и сходится, начиная со второго члена, подобно ряду $\sum_{n=0}^{\infty} N^n / \sqrt{n!}$, где постоянная N удовлетворяет неравенству

$$\int_0^R \int_0^R K_2^2(\tau'', \tau) d\tau'' d\tau \leq N^2.$$

В общем случае норма N может быть достаточно велика, из-за чего ряд (9.21) будет сходиться довольно медленно.

Однако отличительной особенностью полученного уравнения (9.17) является то, что норма ядра $K_2(\tau'', \tau)$ мала в случае переходных режимов с достаточно быстрым изменением скорости горения. При этом ряд (9.21) сходится настолько быстро, что уже первое приближение мало отличается от точного решения уравнения (9.17). Оценка погрешности приближенного решения дана в работе [7]. Чем быстрее происходит переход от

одной постоянной скорости горения к другой, тем ближе функция $F(\tau)$ в уравнении (9.17) к точному решению. При мгновенном, «ступенчатом» изменении скорости горения

$$w(\tau) = \begin{cases} 1, & \tau < 0, \\ w_1, & \tau \geq 0. \end{cases} \quad (9.22)$$

$F(\tau)$ является точным решением и при постоянной температуре поверхности имеет вид

$$F(\tau) = \varphi_1(\tau, w_1) = \frac{w_1}{2} \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{w_1}{2} \sqrt{\tau} \right) \right] + \left(1 - \frac{w_1}{2} \right) \times \\ \times \left[\exp(1 - w_1) \tau \right] \left[1 - \operatorname{erf} \left(1 - \frac{w_1}{2} \right) \sqrt{\tau} \right]. \quad (9.23)$$

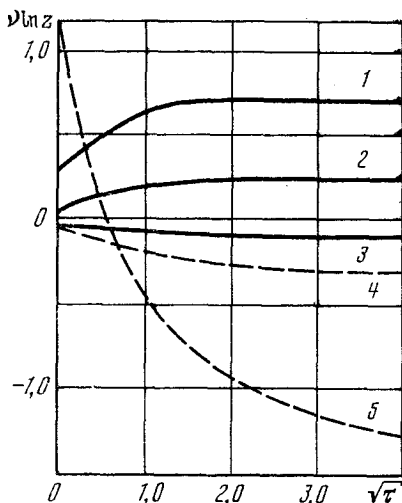


Рис. 24. Изменение давления при мгновенном изменении скорости горения

Чтобы завершить решение обратной задачи в случае закона изменения скорости горения (9.22), необходимо использовать функциональную связь $w = w(\varphi_1, z)$. Например, если стационарная скорость горения w_1^0 зависит от давления и начальной температуры согласно зависимости

$$w_1^0 = B p^\nu e^{\beta T_0}, \quad (9.24)$$

то, пересчитывая эту зависимость на нестационарное горение, имеем

$$w = z^\nu \exp k(1 - (\varphi_1/w)), \quad k = \beta(T_s - T_0) \quad (9.25)$$

и для закона изменения давления во времени, обеспечивающего ступенчатое изменение скорости горения, получаем

$$\nu \ln z = \frac{k}{w_1} \varphi_1(\tau, w_1) + \ln w_1 - k. \quad (9.26)$$

На рис. 24 представлены зависимости $\nu \ln z$ от $\sqrt{\tau}$ для $k = 0,8$ и $w_1 = 2,0$ (кривая 1), 1,25 (кривая 2), 0,9 (кривая 3), 0,75 (кривая 4), 0,25 (кривая 5). При стремлении τ к нулю кривые стремятся к предельным значениям $\nu \ln z = (k/w_1) - k + \ln w_1$; среди этих значений есть минимальное, достигающееся при $w_1 = k$ и равное $1 - k + \ln k$. Каждому начальному скачку давления соответствуют две кривые изменения давления, одна из которых соответствует $w_1 < k$, другая — $w_1 > k$. Оказывается, что кривые первого типа являются неустойчивыми — малые изменения давления вызывают уход с этих кривых [6]. Неустойчивые кривые на рис. 24 нанесены пунктиром.

Решение обратных задач теории нестационарного горения пороха, к которой относится рассмотренная задача, имеют существенное значение для внутренней баллистики пороховых ракет с точки зрения их регулирования.

АВТОМОДЕЛЬНЫЙ РЕЖИМ ГОРЕНИЯ ПОРОХА

При достаточно длительном горении распределение температуры внутри пороха и скорость горения перестают «помнить» начальные условия и определяются только изменением внешних параметров. Например, стационарный режим горения можно рассматривать как режим, который не зависит от начальных условий возникновения горения; другим примером таких режимов является горение пороха при периодическом изменении давления (или других внешних параметров), а также автомоделный режим горения, рассматриваемый в этой главе.

Времена, при которых начальное распределение температуры в порохе перестает оказывать влияние на скорость горения, можно оценить из интегрального уравнения нестационарного горения (9.10). Вклад от начального распределения температуры в уравнение определяется интегралом

$$M = \int_{-\infty}^0 \theta_0 \exp \left[-\frac{(I(\tau_0, \tau) + \xi)^2}{4(\tau - \tau_0)} \right] \frac{d\xi}{\sqrt{\pi(\tau - \tau_0)}}. \quad (10.1)$$

Система перестает «помнить» начальные условия, когда $M(\theta_0)$ намного меньше других членов уравнения, например, $\theta_s(\tau)$.

Рассмотрим случай, когда вначале было стационарное горение пороха и начальное распределение температуры в порохе было михельсоновским распределением $\theta_0 = \exp \xi$. Подставляя это распределение в интеграл, получим условие, характеризующее отсутствие влияния на решение задачи начального распределения температуры, в виде

$$\{1 - \operatorname{erf}[\sqrt{\tau - \tau_0} - 1/2 I(\tau_0, \tau)]\} \exp(\tau - \tau_0 - I(\tau_0, \tau)) \ll \theta_s. \quad (10.2)$$

Видно, что влияние начальных условий горения определяется не только характерным масштабом времени κ_1/u_1^2 , которое было использовано при обезразмеривании τ , но также характером изменения скорости горения, так как в (10.2) входит $I(\tau_0, \tau)$.

Так, если скорость горения монотонно возрастает, т. е. $I(\tau_0, \tau) > \tau - \tau_0$, влияние начального распределения убывает

экспоненциально

$$M \sim \exp(\tau - \tau_0 - I) \quad \text{при } I \geq 2(\tau - \tau_0),$$

$$M \sim \frac{\exp[-I^2/4(\tau - \tau_0)]}{\sqrt{\pi(\tau - \tau_0)} [1 - (I/2)(\tau - \tau_0)]} \quad \text{при } \tau - \tau_0 \leq I < 2(\tau - \tau_0).$$

Если скорость горения уменьшается, т. е. $I(\tau_0, \tau) \leq \tau - \tau_0$,

$$M \sim \frac{1}{\sqrt{\pi(\tau - \tau_0)}} \exp\left(-\frac{I^2(\tau_0, \tau)}{4(\tau - \tau_0)}\right).$$

Из (10.2) следует, что наименьшая скорость убывания M , т. е. максимальное влияние начальных условий, осуществляется для нестационарных режимов горения, для которых $w \sim 1/\sqrt{\tau - \tau_0}$. В этом случае осуществляется закон убывания

$$M \sim 1/e \sqrt{\pi(\tau - \tau_0)}.$$

Таким образом, при самом медленном затухании влияния начальных условий система «забывает» начальное распределение через время $(\kappa_1/u_1^{02}) \theta_s^2/\pi e^2$.

Интересно отметить, что в качестве характерного времени здесь фигурирует малая доля характерного времени исходного прогретого слоя в порохе, поскольку $1/\pi e^2 \sim 1/30$. Это объясняется, по-видимому, тем, что скорость горения пороха определяется только небольшим приповерхностным участком прогретого слоя и перестраивать весь прогретый слой нет необходимости.

Таким образом, при больших временах процесс горения будет описываться более простым по сравнению с (9.10) уравнением

$$\theta_s(\tau) = \int_0^{\tau} \left[\varphi_1 - w\theta_s + \theta_s \frac{I(\tau', \tau)}{2(\tau - \tau')} \right] \exp\left[-\frac{I^2(\tau, \tau')}{4(\tau - \tau')}\right] \frac{d\tau'}{\sqrt{\pi(\tau - \tau')}} \quad (10.3)$$

(здесь $\tau_0 = 0$).

Ранее уже говорилось, что точное решение интегрального уравнения (9.10) было получено в двух случаях: при ступенчатом изменении скорости горения и в случае автомодельного режима горения. В теории нестационарного горения пороха, как и в механике сплошной среды вообще, автомодельные решения описывают поведение общего решения задачи, учитывающего начальные и граничные условия, конкретную физическую и геометрическую обстановку, в определенном асимптотическом смысле. Обычно автомодельные решения являются промежуточными асимптотиками, действительными тогда, когда уже можно пренебречь влиянием начальных и краевых условий, но система далека еще от состояния равновесия, к которому стремится нестационарный процесс.

Роль автомодельных решений как промежуточной асимптотики подробно рассмотрена в работе [10]. Напомним здесь, что следует различать автомодельные решения первого и второго

рода. К первому типу относятся решения, в которых параметры автомодельности определяются из общих законов сохранения массы, импульса или энергии. Примером такого решения является решение Л. И. Седова о сильном точечном взрыве. Автомодельность решения в этой задаче появляется тогда (на таких временах после взрыва), когда уже можно пренебречь геометрией заряда взрывчатого вещества, вызывающего взрыв, но интенсивность ударной волны еще достаточно велика, так что можно пренебречь противодавлением.

Не всегда влияние начальных и краевых условий в автомодельных задачах пропадает бесследно; особенно отчетливо оно сказывается в автомодельных решениях второго рода. По определению автомодельными решениями второго рода являются решения, в которых автомодельные переменные не могут быть найдены из теории размерностей, а показатель автомодельности (степень, в которую возводится одна из независимых переменных) определяется как собственное значение специальной краевой задачи. Оказывается, что автомодельные решения второго рода представляют более широкий класс решений, чем автомодельные решения первого рода.

Полученное ниже автомодельное решение является решением второго рода. Его следует рассматривать как промежуточную асимптотику решения задачи о переходе с одного стационарного режима горения на другой, если закон изменения давления на некотором отрезке переходного процесса обеспечивает определенную зависимость скорости горения от времени и скорость горения изменяется в достаточно широких пределах. Промежуточность заключается в том, что система уже перестала помнить начальные условия стационарного горения, но еще далека от конечного стационарного режима, когда изменение давления отклоняется от соответствующего автомодельному решению.

Аutomодельное решение уравнения (10.3) будем искать, задавая скорость горения соотношением

$$w = C\sqrt{\tau}, \quad C = \text{const} > 0, \quad (10.4)$$

температуру поверхности —

$$\theta_s = F\tau^n, \quad F = \text{const} > 0, \quad (10.5)$$

(n — произвольное действительное число), связь между производной температуры и температурой поверхности —

$$\frac{\varphi_1}{\theta_s} = \frac{G}{\sqrt{\tau}}, \quad G = \text{const} > 0. \quad (10.6)$$

В частности, при $n = 0$ отыскиваемое автомодельное решение соответствует горению пороха с постоянной температурой поверхности.

Подставляя (10.4) — (10.6) в интегральное уравнение (10.3) и переходя под интегралом к новой независимой переменной

$\sigma = \tau/\tau'$, получим

$$\sqrt{\pi} = \int_0^1 \sigma^n \left(\frac{G-C}{\sqrt{\sigma}} + \frac{C}{1+\sqrt{\sigma}} \right) \exp \left(-C^2 \frac{1-\sqrt{\sigma}}{1+\sqrt{\sigma}} \right) \frac{d\sigma}{\sqrt{1-\sigma}}. \quad (10.7)$$

Таким образом, из интегрального уравнения полностью исключается время τ , что свидетельствует о правильном выборе временных зависимостей (10.4) — (10.6). Соотношение (10.7) служит для определения связи между константами G и C .

Вводя новую переменную

$$\gamma^2 = (1 - \sqrt{\sigma}) / (1 + \sqrt{\sigma}),$$

можно переписать (10.7) в более удобном виде

$$G = \left[\sqrt{\pi} + 2C \int_0^1 \left(\frac{1-\gamma^2}{1+\gamma^2} \right)^{2n} e^{-C^2\gamma^2} d\gamma \right] / \left[4 \int_0^1 \left(\frac{1-\gamma^2}{1+\gamma^2} \right)^{2n} e^{-C^2\gamma^2} \frac{d\gamma}{1+\gamma^2} \right]. \quad (10.8)$$

В частном случае $n = 0$, соответствующем модели пороха с постоянной температурой поверхности, интегралы в (10.8) могут быть легко вычислены

$$G = e^{-C} / \sqrt{\pi} \operatorname{erfc} C. \quad (10.9)$$

При $n \neq 0$ для расчета связи $G(C)$ по формуле (10.8) следует привлекать численные методы. Результаты расчетов представлены на рис. 25. Кривые 1—5 построены для значений $n = -0,5; -0,3; 0; 0,3; 0,5$.

Установим теперь закон изменения давления, который обеспечивает автомодельное решение задачи. Для этого используем соотношение между скоростью горения, давлением и производной температуры у поверхности (8.9). Согласно приему, описанному в главе IV, эта функция рассчитывается из известной зависимости стационарной скорости горения от давления и начальной температуры

$$u_1^0 = u_1^0(p, T_0) \quad (10.10)$$

и связи между начальной температурой вещества и производной температуры у поверхности пороха при стационарном горении

$$T_0 = T_s - \frac{\kappa_1}{u_1^0} \left(\frac{dT^0}{dx} \right)_{x=0}. \quad (10.11)$$

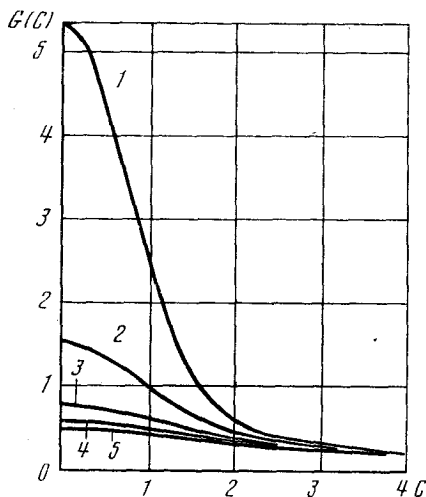


Рис. 25. Зависимость $G(C)$ при различных значениях n

Подстановка (10.11) в (10.10) приводит к соотношению

$$u_1 = u_1 \left[p(t), T_s - \frac{\kappa_1}{u_1} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=0} \right], \quad (10.12)$$

верному и для нестационарного горения [в связи с этим в (10.12) опущен значок $^{\circ}$, указывающий на стационарный режим горения, и полная производная температуры заменена на частную]. Соотношение $w = w(p, \varphi_1)$ представляет собой написанную в безразмерном виде и явно выраженную через скорость горения зависимость (10.12). Выражая производную температуры с помощью (10.5) и (10.6) и переходя к безразмерным переменным, получим из (10.12)

$$\frac{C}{\sqrt{\tau}} = w \left[z(\tau), T_0 + F \left(1 - \frac{G}{C} \right) (T_s^0 - T_0) \tau^n \right]. \quad (10.13)$$

Это равенство устанавливает необходимую зависимость давления от времени, при которой имеет место автомодельное решение задачи. В наиболее часто встречающихся на практике случаях, когда скорость стационарного горения пороха монотонно растет с возрастанием давления, автомодельное решение реализуется при уменьшающемся со временем давлением.

Определенным условиям должна также удовлетворять зависимость температуры поверхности от начальной температуры и давления при стационарном горении, при которой в нестационарных условиях температура поверхности меняется во времени в соответствии с (10.5). Переход от стационарной зависимости

$$T_s = T_s(p, T_0) \quad (10.14)$$

к нестационарной связи между температурой поверхности, давлением и производной температуры у поверхности производится по аналогии с соответствующим преобразованием для скорости горения

$$T_s = T_s \left[p, T_s - \frac{\kappa_1}{u_1} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=0} \right]. \quad (10.15)$$

Используя (10.5), (10.4) и (10.6), приходим к выводу, что должно тождественно выполняться соотношение

$$F \tau^n = \theta_s \left[z(\tau), T_0 + F \left(1 - \frac{G}{C} \right) (T_s^0 - T_0) \tau^n \right], \quad (10.16)$$

где $z(\tau)$ дается формулой (10.13). Следовательно, для того, чтобы имело место автомодельное решение, функция (10.14) должна иметь строго определенный вид.

При постоянной температуре поверхности соотношение (10.16) не играет роли, а соотношение (10.13) может быть записано в виде

$$w = \frac{C}{\sqrt{\tau}} = w \left[z(\tau), T_s - \frac{(T_s - T_0) e^{-C^2}}{\sqrt{\pi} C \operatorname{erfc} C} = \text{const} \right]. \quad (10.17)$$

$$(\operatorname{erfc} C = 1 - \operatorname{erf} C)$$

Рассмотрим теперь частный вид стационарного закона горения, взяв его в наиболее часто употребляющейся на практике форме (9.24). Соотношение (10.17) конкретизируется при этом следующим образом:

$$\frac{C}{\sqrt{\tau}} = \frac{B}{U} p^{\nu} \exp \left\{ \beta \left[T_s - \frac{(T_s - T_0) e^{-C^2}}{\sqrt{\pi} C \operatorname{erfc} C} \right] \right\}, \quad (10.18)$$

где U — некоторая характерная скорость, на которую обезразмерена скорость горения. Если за характерную скорость выбрать $U = B p_0^{\nu} \exp \beta T_0$ [p_0 — единица измерения давления, которая используется в законе горения (9.24)], то (10.18) можно упростить

$$\frac{C}{\sqrt{\tau}} = z^{\nu} \exp k \left(1 - \frac{e^{-C^2}}{\sqrt{\pi} C \operatorname{erfc} C} \right), \quad (10.19)$$

где $k = \beta (T_s - T_0)$.

Из (10.19) сразу следует закон изменения давления

$$z = D^{1/\nu} / \tau^{1/2\nu}, \quad (10.20)$$

в котором константа D определяется через константу в законе скорости горения

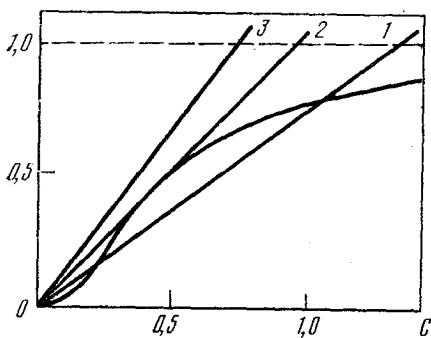
$$D = C / \exp \left[k \left(1 - \frac{e^{-C^2}}{\sqrt{\pi} C \operatorname{erfc} C} \right) \right]. \quad (10.21)$$

Формулой (10.21) заканчивается решение обратной задачи. Для практики, однако, более важна прямая задача: как определить нестационарную скорость горения пороха, исходя из известного закона изменения давления в камере сгорания. Поставим этот вопрос для автомоделной задачи, обратившись к полученным выше соотношениям.

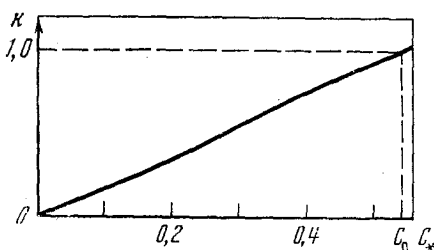
Будем считать, что теперь нам задана константа D в законе изменения давления (10.20). Тогда соотношение (10.21) определяет константу скорости горения C через D . Представим решение (10.21) графически, предварительно переписав его в виде

$$\frac{C}{D} = \exp \left[k \left(1 - \frac{e^{-C^2}}{\sqrt{\pi} C \operatorname{erfc} C} \right) \right]. \quad (10.22)$$

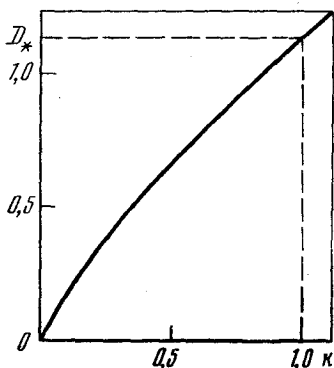
На рис. 26 нанесены левая (прямые линии) и правая части уравнения (10.22) как функции C при одном и том же значении параметра k ($k = 0,8$) и значениях константы $D = 1,33; 0,91; 0,75$ (прямые 1—3). Видно, что возможны различные варианты. При больших D уравнение имеет два решения, одно из которых отвечает слабой нестационарности в скорости горения (большое значение C ; в этом случае для того, чтобы заметно изменилась абсолютная величина скорости горения, требуется большое время), а другое — сильной нестационарности (малое D). Пересечение кривых в на-



Р и с. 26. Графическое решение уравнения (10.22)



Р и с. 27. Зависимость критического значения константы C_* от параметра k



Р и с. 28. Зависимость критического значения константы D_* от параметра k

чале координат исключается, поскольку в этой точке задача вырождается.

При малых D решение (10.22) не существует. Критическое значение D_* можно вычислить, определив условие касания кривых на рис. 26. Вычисление приводит к следующему соотношению, определяющему C_* в точке касания как функцию k :

$$C_* = \frac{ke^{-C_*^2}}{\sqrt{\pi} \operatorname{erfc} C_*} \left(1 + 2C_*^2 - \frac{2C_* e^{-C_*^2}}{\sqrt{\pi} \operatorname{erfc} C_*} \right) \quad (10.23)$$

(значение D_* определяется затем из (10.22) подстановкой в него $C = C_*$).

Зависимость (10.23) между k и C_* представлена на рис. 27. При $k \rightarrow 0$, что соответствует полностью прогретому и, следовательно, абсолютно устойчивому режиму горения пороха, $C_* \rightarrow 0$. Таким образом, из двух решений остается лишь одно, отвечающее слабой нестационарности. Это указывает на то, что из двух решений задачи устойчивым является решение, соответствующее верхнему пересечению кривых на рис. 26. Строгое доказательство подтверждает это заключение [54]. При стремлении k к границе устойчивого стационарного горения ($k \rightarrow 1$) $C_* \rightarrow 0,540$.

Как уже было отмечено, при малых D решения прямой задачи не существует вовсе. Этот факт может быть интерпретирован как погасание пороха при резком уменьшении давления. Величину D_* можно назвать параметром критической скоро-

сти сброса давления, характеризующим прекращение горения (как функция k она изображена на рис. 28).

Отметим, что исследование устойчивости автомоделных решений показывает, что при бифуркации решения, которое здесь имеет место, одно из решений имеет своей областью притяжения всю область автомоделных решений, а у второго область притяжения отсутствует вовсе. Это означает, что при решении общей нестационарной задачи с учетом ограничительных условий на алгебраические связи, наложенные ранее, в асимптотике при стремлении времени к бесконечности обязано получаться единственное автомоделное решение. Действительно, пусть, например, в начальный момент времени система находится в условиях, удовлетворяющих неустойчивому автомоделному решению. Тогда это состояние можно рассматривать как начальное, и вследствие неустойчивости система будет все время от него уходить, пока не приблизится к устойчивому автомоделному решению. Иными словами, любое отклонение от устойчивого автомоделного решения может рассматриваться как своеобразное начальное условие, влияние которого с течением времени ослабевает. Если при выходе на устойчивое автомоделное решение достигаются условия, при которых решение не существует, можно говорить о погасании пороха.

Неединственность решения является довольно общим свойством рассматриваемой задачи для широкого класса функций (10.10). В частности, она возникает для зависимостей типа

$$u_1^0 = f_1(p) f_2(T_0), \quad (10.24)$$

где $f_2(T_0)$ — непрерывная гладкая функция, которая обращается в нуль при некотором значении аргумента, отличном от $-\infty$ при стремлении T_0 от $T_0 = T_s$ к $-\infty$. Примерами таких функций являются $f_2 = (1 + \alpha_1 T_0)/(1 - \alpha_2 T_0)$, $f_2 = 1 + \alpha_3 T_0$ (при $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 > 0$; $\alpha_1, \alpha_3 > \alpha_2$) и другие, которые употребляются для аппроксимации стационарной скорости горения пороха.

Вернемся снова к горению с переменной температурой поверхности. При обработке экспериментальных данных по изменению температуры поверхности горящего пороха часто используется связь $u_1 = u_1(p, T_s)$, которую можно рассматривать как полученную из (10.12) и (10.15) исключением аргумента $(\partial T/\partial x)_{x=0}$. Употребительной, например, является экстраполяционная формула

$$u_1 = H_0 e^{-E/2RT_s}, \quad (10.25)$$

где $H_0 > 0$ — некоторая константа (реакция газификации нулевого порядка), E — характерная энергия, которую можно рассматривать как энергию активации, если предполагать, что газификация есть результат гетерогенной реакции на поверхности топлива, или как величину, приблизительно равную половине энергии активации реакции объемного разложения пороха.

Если за характерную скорость U выбрать скорость стационарного горения $U = H_0 \exp(-E/2RT_s^0)$, то в безразмерном виде (10.25) переписывается следующим образом:

$$w = \exp \left[\frac{E}{RT_s^0} \left(1 - \frac{T_s^0}{T_0} \right) \right] = \exp \left[\varepsilon \Delta \frac{\theta_s - 1}{1 + \Delta \theta_s} \right], \quad (10.26)$$

$$\varepsilon = E/RT_s^0, \quad \Delta = (T_s^0 - T_0)/T_0.$$

Считая, что

$$|\theta_s - 1| = |T_s - T_s^0| / |T_s^0 - T_0| \ll 1$$

и, следовательно,

$$1 + \Delta \theta_s \approx 1 + \Delta, \quad \theta_s - 1 \approx \ln \theta_s,$$

формулу (10.26) можно переписать в приближенном виде

$$w \approx \exp \left(\frac{\varepsilon \Delta}{1 + \Delta} \ln \theta_s \right) = \theta_s^{n_1}, \quad n_1 = \frac{\varepsilon \Delta}{1 + \Delta}. \quad (10.27)$$

В автомодельном решении скорость горения w и температура поверхности θ_s должны зависеть от времени в соответствии с (10.4) и (10.5). Подставляя эти функции в (10.27), можно видеть, что соотношение (10.27) допускает автомодельное решение задачи, если выбрать в качестве F и n

$$F = C^{1/n_1}, \quad n = -\frac{1}{2n_1} < 0, \quad (10.28)$$

т. е. температура поверхности уменьшается с течением времени.

Ввиду обычно большой энергии активации $|n| \ll 1$. Так, при температуре поверхности пороха $T_s = 580^\circ \text{K}$, энергии активации реакции газификации $E_1 = 1,9$ ккал/моль (см. главу II) и начальной температуре $T_0 = 280^\circ \text{K}$ получаем $n = -0,03$. Автомодельное решение задачи с постоянной температурой поверхности можно рассматривать как соответствующее бесконечно большой величине E ($n = 0$).

Отметим, что при законе горения (9.24) зависимость (10.25) предполагает следующую связь между температурой поверхности, давлением и начальной температурой при стационарном режиме горения:

$$T_s = E_1/R [\ln(HB^{-1}p^{-\nu}) - \beta T_0],$$

т. е. соответствует слабой логарифмической зависимости температуры поверхности от давления и росту температуры поверхности с увеличением начальной температуры.

Распределение температуры внутри пороха может быть получено из решения уравнения теплопроводности (8.6), которое сводится к уравнению в обыкновенных производных выбором авто-

модельной переменной $y = \xi/2 \sqrt{\tau}$ и введением новой функции Θ , такой, что $\theta = \tau^n \Theta(y)$. Имеем

$$\frac{d^2\Theta}{dy^2} + 2(y - C) \frac{d\Theta}{dy} - 4n\Theta = 0. \quad (10.29)$$

Граничными условиями являются

$$y = -\infty, \Theta = 0; \quad y = 0, \Theta = F = \text{const.} \quad (10.30)$$

Заменой переменных

$$\xi = i\sqrt{2}(y - C), \quad \Theta = \Omega(\xi) e^{1/4 \xi^2} \xi^{-1/2}, \quad (10.31)$$

уравнение (10.29) сводится к частному виду уравнения Уиттекера

$$4\xi^2 \frac{d^2\Omega}{d\xi^2} = \left[\xi^2 - (1 + 4n)\xi - \frac{3}{4} \right] \Omega, \quad (10.32)$$

решение которого выражается через функции Уиттекера

$$\Theta = \frac{\exp\left[-\frac{1}{2}(y - C)^2\right]}{\sqrt{y - C}} \left\{ C_1 W\left[\left(n + \frac{1}{4}\right), \frac{1}{4}, -(y - C)^2\right] + C_2 W\left[-\left(n + \frac{1}{4}\right), \frac{1}{4}, (y - C)^2\right] \right\}, \quad (10.33)$$

где W — функции Уиттекера [67], а C_1 и C_2 — константы интегрирования, которые должны определяться из условий (10.30). В частности, при $n > 0$ первая из функций W в фигурных скобках бесконечно растет при $y \rightarrow -\infty$, и поэтому первое из условий (10.30) требует, чтобы $C_1 = 0$. Вторая константа выражается через F

$$C_2 = \frac{i\sqrt{C}}{\exp(-C^2/2)} W^{-1}\left[-\left(n + \frac{1}{4}\right), \frac{1}{4}, C^2\right]. \quad (10.34)$$

При постоянной температуре поверхности из (10.29) получим

$$\Theta = \frac{\operatorname{erfc}[C - (\xi/2 \sqrt{\tau})]}{\operatorname{erfc} C}, \quad (10.35)$$

Класс автомодельных решений в теории нестационарного горения пороха может быть расширен, если использовать следующий простой прием. Ранее при решении уравнения теплопроводности пространственная переменная ξ считалась заключенной в отрезке $[-\infty, 0]$. Продолжим теперь полученные решения (10.33) и (10.35) на интервал переменной $-\infty < \xi < \infty$ и расположим поверхность пороха в точке $\xi = \xi_0$. При $\xi_0 = 0$ решение (10.35) соответствует горению с постоянной температурой поверхности, а решение (10.33) — с поверхностной температурой, изменяющейся в соответствии со степенным законом (10.5). При $\xi_0 \neq 0$ температура поверхности является функцией времени, отличной от по-

стоянной и от (10.5). В частности, при $n = 0$ эта функция имеет вид

$$T_s(\xi_0, \tau) = T_0 - \frac{T_s^0 - T_0}{\operatorname{erfc} C} \left[1 - \operatorname{erf} \left(C - \frac{\xi_0}{2\sqrt{\tau}} \right) \right]. \quad (10.36)$$

Если $\xi_0 < 0$, температура поверхности растет во времени и стремится в пределе при больших временах и постоянной величине T_s^0 . Если же $\xi_0 > 0$, температура поверхности уменьшается во времени и тоже стремится к T_s^0 .

Вычисляя из (10.36) производную температуру у поверхности и выполняя прежние преобразования, получим соотношение, задающее необходимый закон изменения давления

$$\frac{C}{\sqrt{\tau}} = w \left\{ z(\tau), T_s^0 - \frac{T_s^0 - T_0}{\sqrt{\pi} C \operatorname{erfc} C} \exp \left[- \left(C - \frac{\xi_0}{2\sqrt{\tau}} \right)^2 \right] \right\}. \quad (10.37)$$

Из (10.37) следует соотношение, которое обязано выполняться для температуры поверхности и которое, таким образом, ограничивает класс порохов с переменной температурой поверхности, допускающий автомодельные решения

$$\theta_s = \theta_s \left\{ z(\tau), T_s^0 - \frac{T_s^0 - T_0}{\sqrt{\pi} C \operatorname{erfc} C} \exp \left[- \left(C - \frac{\xi_0}{2\sqrt{\tau}} \right)^2 \right] \right\}. \quad (10.38)$$

Отметим, что (10.38) содержит свободный параметр ξ_0 , который может быть наряду с T_s^0 использован для аппроксимации экспериментальных данных. Аналогичная процедура может быть выполнена и при $n \neq 0$.

МЕТОД ИНТЕГРАЛЬНЫХ СООТНОШЕНИЙ В ТЕОРИИ НЕСТАЦИОНАРНОГО ГОРЕНИЯ ПОРОХА

В этом разделе излагается приближенный метод интегральных соотношений, примененный для решения основной системы нелинейных уравнений (8.6) — (8.9), описывающих горение пороха. Для упрощения вычислений и наглядности будет рассматриваться постоянная температура горячей поверхности пороха.

В этом методе уравнение в частных производных (8.6) заменяется интегральным соотношением, получаемым интегрированием этого уравнения по ξ от $\xi = -\infty$ до $\xi = 0$

$$\frac{d}{d\tau} \int_{-\infty}^0 \theta d\xi + w = \left(\frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right)_{\xi=0}. \quad (11.1)$$

Здесь использованы граничные условия и равенство нулю величины $(\partial \theta / \partial \xi)_{-\infty}$.

Решение уравнения (11.1) можно получить, выбрав надлежащим образом распределение температуры в прогретом слое пороха с параметром, зависящим от времени. Вообще говоря, это соотношение можно рассматривать как первое из интегральных соотношений, которые можно получить, умножая уравнение (8.6) на ξ в различных целых степенях и интегрируя его по координате. В теории интегральных соотношений доказывается следующий факт: из подходящего набора интегральных соотношений можно получить в пределе точное решение рассматриваемой задачи.

Ограничимся здесь только первым интегральным соотношением (11.1) и применим метод к трем разным задачам, иллюстрирующим нестационарные эффекты горения пороха, вызываемые переменным давлением, взаимодействием двух прогретых слоев и действием внешнего источника тепла. Рассмотрим нестационарное горение при изменяющемся давлении и погасание пороха, горение тонких пластин пороха и воспламенение пороха.

§ 1. Предсказание нестационарной скорости горения и погасания пороха

Рассмотрим переходный процесс, вызываемый изменением давления, в результате которого происходит переход с одного стационарного режима горения на другой [44]. Все переменные предполагаются обезразмеренными на начальные величины скорости

горения и давления. Конечное состояние соответствует давлению $z_1 = p_1/p_0$ и скорости горения $w = w_1$.

В качестве одного из возможных вариантов выберем распределение температуры следующим образом:

$$\theta(\xi, \tau) = [1 - f(\tau)] e^{\xi} + f(\tau) e^{w_1 \xi}, \quad (11.1.1)$$

где $f(\tau)$ — искомая функция, такая, что $f(0) = 0$ и $f(\infty) = 1$.

Вообще говоря, при выборе распределения температуры, используемого для решения интегрального соотношения, следует руководствоваться физическими соображениями о качественном поведении решения исходного дифференциального уравнения. В нашем случае естественно предполагать, что решение будет монотонной функцией ξ , меняющейся во времени от начального стационарного распределения температуры до конечного. В силу этого и выбрано распределение (11.1.1).

Подставляя (11.1.1) в (11.1), получим обыкновенное дифференциальное уравнение, в которое входят две функции f и w

$$\frac{w_1 - 1}{w_1} \frac{df}{d\tau} = w - \varphi_1 \quad \left(\varphi_1 = \left(\frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right)_{\xi=0} \right). \quad (11.1.2)$$

Производная температуры у поверхности равна

$$\varphi_1 = 1 + (w_1 - 1)f. \quad (11.1.3)$$

Функциональную связь между φ_1 и w зададим посредством соотношения (9.25), а зависимость давления от времени в виде

$$z(\tau) = \begin{cases} e^{-\gamma\tau}, & 0 \leq \tau \leq \tau_0 \\ w_1 = e^{-\gamma\tau_0}, & \tau_0 < \tau < \infty \end{cases} \quad (11.1.4)$$

Подстановка (11.1.3), (9.25) и (11.1.4) в (11.1.2) приводит к следующему уравнению:

$$(k - 1 - \Lambda) \frac{d\Lambda}{d\tau} + (k - \Lambda) \frac{d \ln z}{d\tau} = w_1 \Lambda, \quad \Lambda = \ln \frac{w}{z}, \quad (11.1.5)$$

решение которого имеет вид

$$\tau = \frac{\gamma - w_1(1 - k)}{(w_1 - \gamma)^2} \ln \left[1 + \frac{\Lambda(w_1 - \gamma)}{k\gamma} \right] - \frac{\Lambda}{w_1 - \gamma}, \quad \tau < \tau_0, \\ \tau = \tau_0 + \frac{1}{w_1} \left[(1 - k) \ln \frac{\Lambda_0}{\Lambda} + (\Lambda_0 - \Lambda) \right], \quad \tau > \tau_0, \quad (11.1.6)$$

где Λ_0 вычислено подстановкой в первое соотношение $\tau = \tau_0$. При мгновенном изменении давления ($\gamma = \pm \infty$) Λ_0 определяется из уравнения

$$\Lambda_0 = - \ln w_1 (1 - k^{-1} \Lambda_0). \quad (11.1.7)$$

Для проверки выводов приближенной теории производят сравнение полученных решений с численными или автомодельными решениями. Такое сравнение проведено в [44] для случая резкого

подъема давления; приближенные решения хорошо согласуются с численными.

Наиболее интересные результаты получаются] при быстром уменьшении давления. Уравнение (11.1.5) имеет действительное решение, если только уменьшение давления не слишком велико по своей величине, т. е. если

$$z_1 \geq k \exp(1 - k). \quad (11.1.8)$$

Проиллюстрируем переходной процесс, вызываемый изменением давления на плоскости (φ_1, w) . На рис. 29 кривые 1 и 2, описываемые уравнениями (9.25), соответствуют давлениям p_1 и $p_2 > p_1$. Критическая величина производной температуры φ_B , соответствующая пересечению кривой с фиксированным уровнем давления z и прямой устойчивости стационарного горения 3, равна

$$\varphi_{1B} = \frac{z}{k} e^{k-1}. \quad (11.1.9)$$

На рис. 29 быстрое уменьшение давления описывается движением изображающей точки по вертикальной прямой 4 (φ_1 остается постоянным); видно, что решение существует, если только изменение давления не очень велико, что соответствует соотношению (11.1.8).

В критической точке B соотношение

$$\Lambda = \Lambda_B = k - 1 \quad (11.1.10)$$

определяет минимально возможную величину нестационарной скорости горения при уменьшении давления.

Посмотрим теперь, как влияют на нестационарное горение различные скорости уменьшения давления. Здесь возможны два случая. Для небольших γ (незначительное отличие между квазистационарными и нестационарным горением) Λ меньше, чем w_B , и порох продолжает гореть при конечном давлении. Для больших γ нестационарная скорость горения достигает критической величины w_B , и порох гаснет.

Связь между критической скоростью сброса движения γ^* и изменением давления z_1 , которое обеспечивает погасание, можно получить подстановкой Λ_B в (11.1.6) при $\tau = \tau_0$

$$z_1 = \exp \frac{\gamma^*}{\gamma^* - z_1} \left\{ 1 - k - \frac{\gamma^* - z_1(1 - k)}{\gamma^* - z_1} \ln \left[1 + \frac{(1 - k)(\gamma^* - z_1)}{k\gamma^*} \right] \right\}. \quad (11.1.11)$$

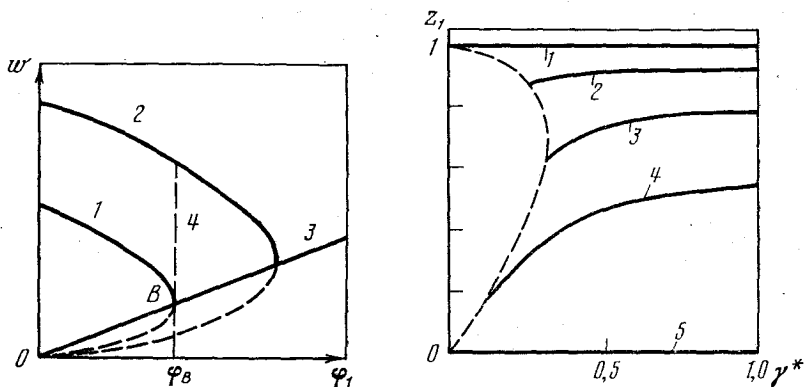
Отсюда следует, что при малых γ погасание не имеет места, какое бы ни было изменение давления z_1 .

Координаты граничной точки кривой потухания $z_1(\gamma^*)$ определяются соотношениями

$$z_{10} = \exp[-(1 - k)^2/k], \quad \gamma_0^* = (1 - k)z_{10}. \quad (11.1.12)$$

Зависимость $z_1(\gamma^*)$ представлена на рис. 30 (кривые 1—5 относятся к значениям $k = 1,0; 0,7; 0,5; 0,3$ и 0). Чем меньше величина k , тем труднее погасить порох.

Исследование погасания пороха с переменной температурой поверхности проводилось численными методами в работе [79]. Система уравнений (8.6) — (8.9) решалась численно при заданных функциональных связях вида (9.24) с $\nu = 0,69$ и экспоненциальной зависимости скорости горения от температуры поверхности $w = \exp t (\theta_s - 1)$ [сравни с (10.25), (10.26)], аппроксимирующей закон пиролиза. Результаты расчетов свидетельствуют о том,



Р и с. 29. Зависимость скорости горения от произвольной температуры для двух значений давления

Р и с. 30. Линии погасания, характеризующие критические условия погасания пороха при уменьшении давления

что при уменьшении давления до одной и той же величины, но при различных скоростях уменьшения [закон изменения давления задавался в виде (11.1.4)] существуют два режима нестационарного горения. В первом режиме скорость горения выходит на новое стационарное значение, соответствующее конечному давлению z_1 , причем этот процесс сопровождается затухающими по мере выхода на стационарный режим колебаниями скорости горения. Во втором режиме скорость горения падает почти до нуля и остается пренебрежимо малой величиной, что соответствует погасанию пороха.

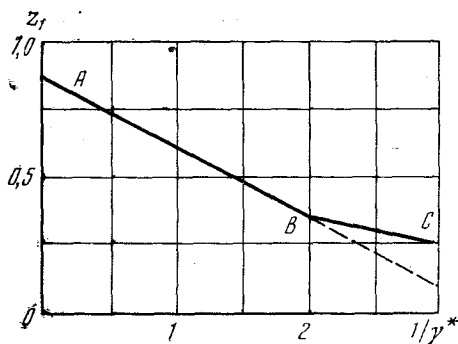
В результате были найдены линии погасания, т. е. границы, выше которых в координатах $(1/\gamma^*, z_1)$ расположена область, где погасание не наблюдается, а ниже — область, где спад давления приводит к погасанию.

Линия погасания для $k = 1,4$ и $m = 10$ представлена на рис. 31. Она состоит из отрезков прямых. Линия погасания не проходит через точку $1/\gamma^* = 0, z_1 = 1$, т. е. существует конечная глубина

спада давления, при которой даже после мгновенного спада порох продолжает гореть.

При $1/\gamma^* = 2$ линия погасания претерпевает излом, после которого, оставаясь прямолинейной, она идет более полого. Одновременно изменяется характер зависимости скорости горения от времени при погасании. Сначала скорость горения падает, как обычно. Но затем ее падение замедляется и почти прекращается; в отдельных режимах наблюдается даже рост скорости горения. Создается впечатление, что процесс горения выходит на стационарный режим. Однако спад давления продолжается, и следует новое падение скорости горения, приводящее к погасанию. Процесс погасания в этом случае развивается в два этапа и является более длительным. Только на заключительном этапе погасание определяется окончательно.

Излом линии погасания объясняется тем, что погасание может происходить на первом или втором периоде колебаний скорости горения и что для каждого способа погасания существует своя критическая линия: прямая АВ — в первом случае и прямая ВС — во втором.



Р и с. 31. Линии погасания по результатам численных расчетов

При анализе распределений температуры в порохе, полученных в ходе расчетов, было отмечено, что всегда при погасании вторая производная от температуры по координате у поверхности становится отрицательной. На распределении температуры появляется точка перегиба, которая с течением времени смещается в глубь пороха. Если погасание не происходит, эта производная все время остается положительной.

Сделаем еще следующее замечание. Критическую кривую, ограничивающую область неустойчивости стационарных решений на плоскости (φ_1, w) (см. рис. 29), как было замечено Ю. А. Гостинцевым, можно построить в более общем случае переменной температуры поверхности, подставляя в значение стационарной производной температуры у поверхности разность температуры на границе устойчивости $T_s - T_0 = k/\beta$, где k следует подставлять из критерия устойчивости горения $r(k+1) = (k-1)^2$ (см. § 1 главы VIII). Это приводит к соотношению

$$w = 2k\varphi_1/\theta_s (r + 2 + \sqrt{r(r+8)}). \quad (11.1.13)$$

Для обычных порохов эта кривая близка к линейной зависимости и на плоскости (φ_1, w) (рис. 29) располагается так же, как прямая 3.

Укажем на одно свойство критической кривой. Интегрируя уравнение (8.6) по ξ от $-\infty$ до 0 и используя связь между производной температуры и скоростью горения, имеем на критической кривой

$$\frac{d}{d\tau} \int_{-\infty}^0 \theta d\xi = w\theta_s \left(\frac{r+2 + \sqrt{r(r+8)}}{2k} - 1 \right) > 0. \quad (11.1.14)$$

Здесь выражение в скобках положительно в силу выполнения критерия устойчивого горения. (При этом предполагается, что исходному состоянию горящего пороха до начала переходного режима отвечала характеристическая точка, лежащая в области устойчивости.) Таким образом, пересечение критической кривой характеристической точкой возможно лишь в случае, если запас тепла, накопленного в прогретом слое пороха, растёт со временем.

Экспериментальные исследования погасания пороха Н при резком уменьшении давления были выполнены в работах [63, 64]. Пороховой заряд помещался в закрытую камеру, соединенную соплом с дополнительным объемом. Через сопло из камеры удалялись газообразные продукты горения. Сечение сопла выбиралось так, чтобы в камере поддерживалось определенное давление. Специальным устройством можно было резко менять сечение сопла, что обеспечивало необходимую скорость изменения давления. Изменяя величину дополнительного объема, можно было также изменять в широких пределах конечное давление.

Р и с. 32. Экспериментальные данные по погасанию пороха при сбросе давления

В работах [63, 64] исследовались критические условия: критическая скорость изменения давления и критическое конечное давление, при которых происходит погасание пороха. В соответствии с теорией нестационарного горения результаты экспериментов обрабатывались в безразмерных переменных $\{\kappa_1/[u_1^0(p_0)]^2\} dp/(p_0 dt \div z_1$. На рис. 32 нанесены данные по погасанию пороха Н, горящего при начальном давлении 60 атм. Проведенная линия — кривая погасания — отделяет область значений критериев, при которых порох погасает (черные кружки), от области, в которой порох догорает (белые кружки). Экспериментальные данные показывают, что кривые погасания для пороха Н, соответствующие сбросу давления с разных начальных величин давления, не совпадают. Это указывает на существование третьего безразмерного

Экспериментальные данные по погасанию пороха Н при резком уменьшении давления были выполнены в работах [63, 64]. Пороховой заряд помещался в закрытую камеру, соединенную соплом с дополнительным объемом. Через сопло из камеры удалялись газообразные продукты горения. Сечение сопла выбиралось так, чтобы в камере поддерживалось определенное давление. Специальным устройством можно было резко менять сечение сопла, что обеспечивало необходимую скорость изменения давления. Изменяя величину дополнительного объема, можно было также изменять в широких пределах конечное давление.

параметра, помимо использованных при обработке экспериментов. Этот параметр (или несколько параметров) возможно связан с тем, что температура поверхности пороха может изменяться в процессе уменьшения давления и зависеть от начального давления. Могут быть существенными также особенности кинетики реакции горения при малых давлениях, приводящие к воспламенению пороха после «притухания».

§ 2. Нестационарное горение тонких пластин пороха

Применим теперь метод интегральных соотношений для решения задачи о горении бесконечных плоскопараллельных пластин пороха с обеих сторон [17]. Из-за взаимодействия двух встречных прогретых слоев скорость горения в этом случае может отличаться от стационарной при постоянном давлении.

В отличие от предыдущего рассмотрения выберем неподвижную систему координат, связанную с пластинкой пороха, как показано на рис. 33.

Запишем уравнение теплопроводности в безразмерных переменных (8.1), (8.2)

$$\partial\theta/\partial\tau = \partial^2\theta/\partial\xi^2 \quad (0 \leq \xi \leq l, \tau > 0) \quad (11.2.1)$$

с граничными условиями

$$\xi = l, \theta = 1; \quad \xi = 0, \partial\theta/\partial\xi = 0. \quad (11.2.2)$$

Второе граничное условие в (11.2.2) следует из симметрии задачи. Интегральное соотношение получим интегрированием уравнения по координате ξ от $\xi = 0$ до $\xi = l$

$$\frac{d}{d\tau} \int_0^{l(\tau)} \theta(\xi, \tau) d\xi = \frac{dl}{d\tau} + \left(\frac{\partial\theta}{\partial\xi} \right)_{\xi=l}. \quad (11.2.3)$$

Предположим, что распределение температуры дается формулой

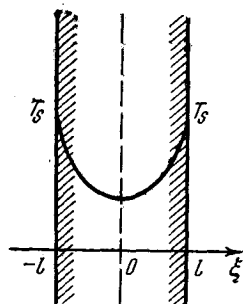
$$\theta(\xi, \tau) = \psi(\tau) \frac{\text{ch } \xi}{\text{ch } l(\tau)} + 1 - \psi(\tau). \quad (11.2.4)$$

Заметим, что это распределение совпадает с точным решением задачи, когда $l(\tau) \rightarrow \infty$, $\psi(0) = 1$. Подставляя (11.2.4) в (11.2.3), получим следующее обыкновенное дифференциальное уравнение:

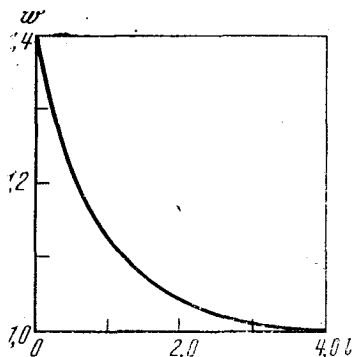
$$\frac{d}{d\tau} \psi(\text{th } l - l) = \psi \text{th } l. \quad (11.2.5)$$

Пусть стационарная скорость горения дается уравнением

$$w^0 = A/(1 - \beta T_0) \quad (11.2.6)$$



Р и с. 33. Схема горения тонкой пластины пороха



Р и с. 34. Зависимость скорости горения пороха от текущей полуширины пластины

(при $l_0 \gg 1$, $\psi_0 = 1$) имеет вид

$$\frac{l-l_0}{j-1} + \psi(\text{th } l - l) - \psi_0(\text{th } l_0 - l_0) = \frac{j}{1-j} \tau. \quad (11.2.10)$$

Время сгорания τ_c пластины пороха толщиной $2l_0$ равно

$$\tau_c = \frac{j-1}{j} \left[\frac{l_0}{j-1} + \psi_0(\text{th } l_0 - l_0) \right]. \quad (11.2.11)$$

Зависимость скорости горения от толщины пластины показана на рис. 34. Если безразмерная толщина пластины больше 8, то нет существенной разницы между стационарным и нестационарным горением.

§ 3. Теория воспламенения пороха горячими газами

Следуя работе [52], рассмотрим теперь вопрос о воспламенении пороха горячими газами на примере модели горения пороха с постоянной температурой поверхности. Согласно излагаемой в монографии теории, для того чтобы воспламенить топливо, нужно удовлетворить двум условиям одновременно. Температура поверхности должна быть равна заданной величине $T_s = T_s^0$, а величина производной температуры должна быть меньше критической (см. главы III и IV)

$$\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=0} < \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_B = \frac{u_{1\max}^0}{e\beta\kappa_1}. \quad (11.3.1)$$

Выделим два режима воспламенения пороха. Если поток тепла меньше критической величины, соответствующей критической производной температуры, воспламенение произойдет, когда температура достигнет необходимой величины T_s^0 . Естественно предположить, что время воспламенения определяется временем, не-

(A — константа), которое может быть преобразовано в уравнение, выражающее связь между нестационарной скоростью горения и производной температуры у поверхности

$$w = j - (j-1) \left(\frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right)_{\xi=l}, \quad (11.2.7)$$

где $j = (1 - \beta T_0)/(1 - \beta T_s)$. Используя (11.2.4), можно получить

$$\frac{dl}{d\tau} = (1-j)\psi \text{th } l - j. \quad (11.2.8)$$

Решение (11.2.5) и (11.2.8) с начальными условиями

$$\tau = 0, \quad l = l_0, \quad \psi = \psi_0 \quad (11.2.9)$$

обходимым для того, чтобы достаточно прогрелась твердая фаза, так как время развития химической реакции в газовой фазе мало по сравнению с прогревом пороха. Как показывают оценки, аналогичные оценкам главы III, это предположение справедливо, если температура поджигающих горячих газов достаточно велика.

Таким образом, время воспламенения должно быть найдено из решения нестационарного уравнения теплопроводности в порохе, на поверхности которого задан поток тепла

$$j_q = \alpha (T_{\Pi} - T_s), \quad (11.3.2)$$

где α — коэффициент теплопередачи от газов к пороху, а T_{Π} — температура горячих газов. Решение имеет вид

$$\theta = (\theta_{\Pi} - 1) \left[\operatorname{erfc} \left(-\frac{\xi}{2\sqrt{\tau}} \right) = e^{\tau-\xi} \operatorname{erfc} \left(-\frac{\xi}{2\sqrt{\tau}} + \sqrt{\tau} \right) \right], \quad (11.3.3)$$

где

$$\theta = \frac{T - T_0}{T_s^0 - T_0}, \quad \theta_{\Pi} = \frac{T_{\Pi} - T_0}{T_s^0 - T_0}, \quad \xi = \frac{\alpha}{\lambda_1} x, \quad \tau = \frac{\alpha^2 t}{\rho_1 c_1 \lambda_1}. \quad (11.3.4)$$

Время воспламенения τ_i вычисляется как время достижения на поверхности пороха ($\xi = 0$) температуры $\theta = 1$

$$1 = (\theta_{\Pi} - 1) [1 - e^{\tau_i} \operatorname{erfc} \sqrt{\tau_i}]. \quad (11.3.5)$$

В случае сильного подвода тепла к пороху уже недостаточно только нагреть поверхность пороха до температуры T_s^0 ; производная температуры у поверхности пороха оказывается при этом больше критической и существование пламени невозможно. Можно, однако, ожидать, что если продолжать подводить тепло, то производная температуры изменится. Действительно, под воздействием внешнего потока тепла возникает вынужденная газификация пороха. Часть тепла уносится оттекающими от поверхности пороха продуктами газификации. Эти два фактора приводят к тому, что производная температуры с течением времени уменьшается. Когда ее величина станет равной критической, произойдет воспламенение. Итак, в случае сильного теплоподвода задача сводится к решению уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + w \frac{\partial \theta}{\partial \xi} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} \quad (11.3.6)$$

с граничными условиями

$$\xi = -\infty, \quad \theta = 0; \quad \xi = 0, \quad \theta = 1,$$

в котором скорость газификации w определяется из уравнения сохранения энергии на поверхности пороха

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right)_{\xi=0} = \theta_{\Pi} - 1 - w\Delta, \quad (11.3.7)$$

где Δ — затрата тепла на газификацию и уменьшение теплоподвода вследствие «блокирования» пороха оттекающими от его поверхности газами

$$\Delta = \frac{\rho_1 (q + c_s T_s^0)}{\alpha (T_s^0 - T_0)}. \quad (11.3.8)$$

Решение уравнения (11.3.6) можно найти методом интегральных соотношений. Интегральное соотношение (11.1), соответствующее (11.3.6), сводится к обыкновенному дифференциальному уравнению

$$\frac{df}{d\tau} = \frac{1}{f} - w \quad (11.3.9)$$

подстановкой $\theta = \exp [\xi/f(\tau)]$. При этом уравнение (11.3.7) приобретает вид

$$w = \frac{1}{\Delta f} [(\theta_{\Pi} - 1)f - 1]. \quad (11.3.10)$$

Разумно выбрать такие начальные условия, чтобы распределения температуры $\theta = \exp [\xi/f(\tau)]$ и (11.3.3) давали одну и ту же производную у поверхности в момент начала газификации при $\tau = 0$. Тогда при $\tau = 0$ $f = 1/(\theta_{\Pi} - 1)$. Решение (11.3.9) с этим начальным условием имеет вид

$$\tau (\theta_{\Pi} - 1) = \frac{\Delta}{\theta_{\Pi} - 1} - \Delta f + \frac{\Delta (\Delta + 1)}{\theta_{\Pi} - 1} \ln \frac{\Delta}{\Delta + 1 - f(\theta_{\Pi} - 1)}. \quad (11.3.11)$$

Чтобы вычислить время газификации, необходимое для воспламенения пороха, нужно величину, соответствующую критической производной, подставить в (11.3.11). Общее время воспламенения равно времени прогрева до температуры поверхности T_s^0 плюс время газификации.

Из (11.3.11) следует, что время газификации имеет конечную величину при

$$\Phi_{1B} = \frac{1}{f_B} > \frac{\theta_{\Pi} - 1}{\Delta - 1}, \quad (11.3.12)$$

т. е. если внешний тепловой поток не очень сильный. В противном случае критическая величина производной температуры не достигается за конечное время. Возникает газификация пороха в стационарном режиме с производной температуры, превышающей критическую величину. Скорость газификации $w^0 = (\theta_{\Pi} - 1)/(\Delta + 1)$.

Существует оптимальный режим теплоподвода с минимальным временем воспламенения. Действительно, при слабом подогреве время воспламенения уменьшается с увеличением α как α^{-2} ; при дальнейшей интенсификации теплоподвода при приближении по-

тока тепла к предельному, при котором возникает стационарный режим газификации, время воспламенения растет до бесконечности. Оптимальный с точки зрения минимального времени воспламенения поток тепла можно найти, исследуя на экстремум зависимость времени воспламенения от параметра α .

Скорость горения пороха после воспламенения, вообще говоря, отличается от стационарной. Если тепловой поток был настолько мал, что в момент воспламенения прогретый слой в порохе широкий — шире прогретого слоя при стационарном горении, скорость горения превышает стационарную величину. В противном случае она меньше стационарной.

В заключение заметим, что и в случае переменной температуры поверхности пороха также существует критическая величина производной температуры у поверхности, обеспечивающая необходимые условия для интенсивного протекания химической реакции в газовой зоне горения. Очень большая величина производной температуры соответствует большому оттоку тепла от пламени, что ведет к его погасанию. Таким образом, общие черты приближенной теории воспламенения, изложенной здесь, могут быть использованы и при горении пороха с переменной температурой поверхности.

ВОСПЛАМЕНЕНИЕ ПОРОХА ПРИ КОНТАКТЕ С ГОРЯЧЕЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

Рассмотрим, как происходит воспламенение пороха при контакте его с горячей поверхностью. Изложение этой задачи будет следовать постановке, которая была дана одним из авторов в 1939 г. и затем в 1963 г. [24, 33] Пусть плоская поверхность поддерживается при постоянной температуре T_s , а в глубь пороха, расположенного при $x < 0$, происходит отток тепла, интенсивность которого j_q (рис. 35). Предположим, что в приповерхностном слое пороха толщины l происходит экзотермическая химическая реакция, скорость которой зависит от температуры по закону Аррениуса.

Возникает вопрос, при каких условиях существует стационарное распределение температуры в порохе вблизи нагретой поверхности, когда выделяющееся в реакции тепло отводится в глубь пороха. Отсутствие стационарного режима реакции будем рассматривать как условие воспламенения (химическая реакция в этом случае развивается нестационарно, и температура растет во времени).

Для отыскания стационарного распределения температуры рассмотрим уравнение

$$\lambda_1 \frac{d^2 T}{dx^2} + q k_0 a_0^n e^{-E/RT} = 0 \quad (-\infty < x < 0), \quad (12.1)$$

где n — порядок химической реакции. (Ограничимся рассмотрением начальной стадии воспламенения; при этом можно полагать, что концентрация реагирующего вещества постоянна и равна начальной величине a_0 .)

Производя разложение Франк-Каменецкого, получим

$$\exp\left(-\frac{E}{RT}\right) \approx \left(\exp\frac{E}{RT_s}\right) \exp\frac{E(T-T_s)}{RT_s^2}. \quad (12.2)$$

Вводя безразмерные переменные

$$\theta = \frac{(T-T_s)E}{RT_s^2}, \quad \xi = \frac{x}{l}, \quad (12.3)$$

где

$$l^2 = \frac{2\lambda_1 RT_s^2 \exp(E/RT_s)}{k_0 a_0^n q E},$$

приведем уравнение (12.1) к виду

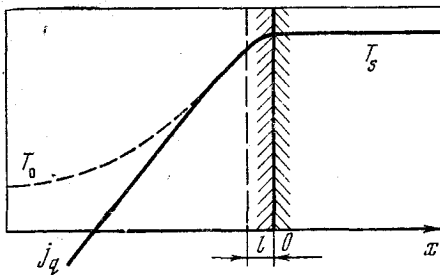
$$\frac{d^2\theta}{d\xi^2} + 2e^\theta = 0, \quad (12.4)$$

решение которого с учетом условия $\theta(0) = 0$ записывается следующим образом:

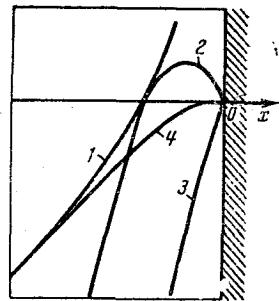
$$e^{-\theta/2} = \frac{\text{ch}(b + \xi \text{ch } b)}{\text{ch } b}, \quad (12.5)$$

где b — константа интегрирования, которую нужно определить.

При исследовании интегральных кривых уравнения воспользуемся приемом, предложенным Г. И. Баренблаттом. Этот прием также эффективно используется в теории теплового взрыва [16].



Р и с. 35. Распределение температуры в порохе при воспламенении его нагретой поверхностью



Р и с. 36. Семейство интегральных кривых в теории воспламенения пороха нагретой поверхностью

Семейство решений (12.5) имеет огибающую на плоскости (ξ, θ) . Дифференцируя (12.5) по b , можно найти уравнение этой огибающей в параметрической форме (η является параметром)

$$e^{-\theta/2} = \text{ch } \eta + \text{th } b \text{ sh } \eta, \quad \xi = \eta / \text{ch } b, \\ \text{th } b = \frac{-\eta \text{ th } \eta \pm [\eta^2 \text{ th}^2 \eta - 4 \text{ th } \eta (\eta - \text{th } \eta)]^{1/2}}{2(\eta - \text{th } \eta)}. \quad (12.6)$$

Положение огибающей интегральных кривых (кривая 1) показано на рис. 36. Кривые 2 и 3 отвечают двум возможным решениям задачи, соответствующим одному и тому же наклону на бесконечности. Видно, что стационарное решение существует, если производная температуры на бесконечности (в глубине пороха) не слишком мала. Критическая величина ее определяется наклоном огибающей на бесконечности.

Решение (12.5) дает следующее значение производной температуры на бесконечности:

$$\left(\frac{d\theta}{d\xi} \right)_{-\infty} = 2 \text{ch } b. \quad (12.7)$$

Минимум этой величины, соответствующий решению, касающемуся огибающей на бесконечности (кривая 4 на рис. 36), равен

$$\left(\frac{d\theta}{d\xi}\right)_{\xi=-\infty} = 2 \quad (b = 0). \quad (12.8)$$

Если производная меньше этой величины, то решения нет, т. е. порох воспламеняется.

Посмотрим теперь, как происходит прогрев инертного твердого вещества горячей поверхностью, имеющей постоянную температуру. Решение имеет вид

$$\frac{T - T_0}{T_s - T_0} = \operatorname{erfc}\left(-\frac{x}{2\sqrt{\kappa_1 t}}\right). \quad (12.9)$$

Изменение во времени производной температуры у поверхности подчиняется зависимости

$$\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x=0} = \frac{T_s - T_0}{\sqrt{\pi\kappa_1 t}}. \quad (12.10)$$

Найдем время воспламенения, приравняв (12.8) и (12.10)

$$t_i = \frac{2\lambda_1(T_s - T_0)^2 E}{\pi\kappa_1 q k_0 a_0^n R T_s^2} e^{-E/RT_s}. \quad (12.11)$$

Какой смысл имеет эта процедура? Решение (12.5) имеет характерный масштаб l , который из-за резкой зависимости скорости реакции от температуры намного меньше толщины прогретого слоя, соответствующего решению (12.9). Поэтому решение (12.5) можно рассматривать как «внутреннее» решение задачи, а (12.9) — как «внешнее»; условие воспламенения получается путем «сшивания» внешнего и внутреннего решений задачи.

Изложенный подход к определению критических условий воспламенения проверялся путем численного интегрирования нестационарной задачи (см., например, работу [15]). Расчеты показали, что он хорошо охватывает основные черты явления.

В заключение заметим, что при экспериментальной реализации условий, принятых при рассмотрении данной задачи, нужно позаботиться о том, чтобы горячая поверхность все время была плотно прижата к поверхности пороха. Для этого, по-видимому, следует сделать ее пористой, чтобы через стенку беспрепятственно проходили газообразные продукты разложения пороха.

ПРЕДЕЛЫ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ФРОНТА ГОРЕНИЯ В УСЛОВИЯХ ТЕПЛОТВОДА

Теория горения пороха, рассматривавшаяся в предыдущих разделах, относилась к горению в адиабатических условиях, когда отсутствуют потери тепла из зоны горения в окружающую среду, например, в стенки порохового ракетного двигателя. Однако при большом теплоотводе горение вообще может прекратиться; таким образом, существуют пределы горения пороха, обусловленные теплотерями. Наиболее простым случаем является горение цилиндрической порохины, помещенной в трубку с холодными стенками; при достаточно узких трубках теплоотвод от горящего пороха становится настолько велик, что горение прекращается. Рассмотрим этот наиболее простой случай; изложение будем вести, следуя основным идеям, высказанным в работе [27]. Аналогичное рассмотрение может быть проведено при исследовании пределов распространения пламен в газах.

Исследуем простейшую модель теплового топлива — безгазовые составы, при горении которых продукты реакции, как и исходное вещество, остаются в конденсированном состоянии.

В рамках прежних предположений будем считать, что зона химической реакции фронта горения в силу резкой зависимости скорости химической реакции от температуры значительно уже зоны подогрева и ее можно считать поверхностью слабого разрыва, разделяющего исходное вещество (зона 1) и продукты реакции (зона 2). В системе координат, связанной с этой поверхностью (в области $x < 0$ находится исходное вещество), уравнение теплопроводности в каждой из зон имеет вид (4.24), в котором влияние теплотер в стенках трубы учитывается добавлением в правую часть члена $-\alpha(T - T_0)$, где α — коэффициент теплоотдачи, T_0 — температура стенок, равная начальной температуре пороха. Решая эти уравнения с граничными условиями

$$x = -\infty, T = T_0; \quad x = -0, T = T_b; \quad (13.1)$$

$$x = +0, T = T_b; \quad x = +\infty, T = T_0, \quad (13.2)$$

получим стационарное распределение температуры (предполагается равенство $\kappa_1 = \kappa_2 = \kappa$)

$$T_1^0 = T_0 + (T_b - T_0) \exp \frac{u_b(1 + \beta)}{2\kappa} x, \quad x < 0, \quad (13.3)$$

$$T_2^0 = T_0 + (T_b - T_0) \exp \frac{u_b(1 - \beta)}{2\kappa} x, \quad x > 0. \quad (13.4)$$

где

$$\beta = \sqrt{1 + 4 \frac{\alpha}{\lambda} \frac{\kappa^2}{u_b^2}} \approx 1 + 2 \frac{\alpha}{\lambda} \frac{\kappa^2}{u_b^2}, \quad (13.6)$$

u_b — стационарная скорость распространения фронта реакции в условиях теплоотвода. Разложение в выражении для β произведено в силу предполагаемой малости α .

Используя теперь уравнение баланса тепловой энергии на поверхности химической реакции

$$x = 0, \quad -\lambda \frac{dT_1^0}{dx} + \rho u_b q = -\lambda \frac{dT_2^0}{dx}, \quad (13.6)$$

определим температуру в зоне реакции

$$T_b = T_0 + \frac{q}{\beta c} \approx T_a - \frac{a}{u_b^2} \quad \left(a = 2 \frac{\alpha}{\lambda} \kappa^2 \frac{q}{c} \right) \quad (13.7)$$

через величину u_b ($T_a = T_0 + (q/c)$ — адиабатическая температура горения).

С другой стороны, зависимость скорости распространения от температуры в зоне превращения имеет вид [см. (4.19)]

$$u_b = A e^{-E/2RT_b}. \quad (13.8)$$

Подставляя T_b из (13.7) в (13.8) и производя разложение в показателе экспоненты по малому параметру $a/T_a u_a^2 \ll 1$, получим

$$u_b = u_a e^{-bu_a^2/u_b^2}, \quad b = \frac{E}{RT_a^2} \frac{a}{u_a^2}. \quad (13.9)$$

Здесь u_a — стационарная адиабатическая скорость горения, т. е. скорость горения без теплоотдачи с боковой поверхности.

Это трансцендентное соотношение определяет скорость распространения в условиях теплоотвода и имеет решение при

$$b < \frac{1}{2e}, \quad T_a - T_b < \frac{RT_a^2}{E}. \quad (13.10)$$

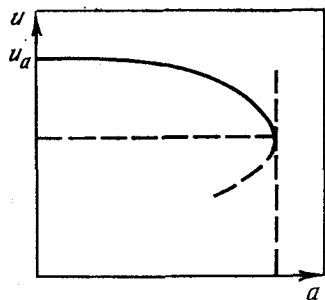
Таким образом, при $b = 1/(2e)$ достигается предел существования режима стационарного распространения пламени, причем на пределе горения

$$T_b^* = T_a - \frac{RT_a^2}{E}, \quad u_b^* = \frac{u_a}{\sqrt{e}}, \quad (13.11)$$

где звездочки относятся к величинам на пределе горения. Заметим, что температура на пределе незначительно отличается от адиабатической. Это связано с очень резкой зависимостью скорости распространения от максимальной температуры: достаточно небольшого изменения температуры и скорость распространения значительно уменьшается. Скорость распространения не обращается

в нуль на пределе горения, уменьшаясь в $\sqrt{\bar{e}}$ раз по сравнению с адиабатической.

При фиксированных значениях u_a и T_a , т. е. для заданной смеси, зависимость скорости распространения от параметра a , характеризующего интенсивность теплоотдачи, приведена на рис. 37. На пределе горения кривая касается вертикали. Пунктирное продолжение кривой отвечает побочному корню трансцендентного уравнения, т. е. отвечает неустойчивому, физически неосуществимому режиму. Действительно, на пунктирной ветви кривой скорость горения возрастает с увеличением теплопотерь, что противоречит физическому смыслу. Заметим, что приведенные соображения справедливы для горения газов и для горения порохов с небольшими изменениями, учитывающими особенности тепловой структуры зоны горения. Горение прекращается, когда число Нуссельта, связанное с критическим значением параметра b_* , превышает определенную величину.



Р и с. 37. Зависимость скорости горения от величины теплоотвода

Обратим внимание на различие между критическим условием прекращения распространения фронта горения из-за потерь тепла в стенке трубы и критическим условием существования стационарного режима горения пороха. И в первом, и во втором случае все определяется величиной теплоотвода: в первом случае — внешними теплопотерями в стенку, во втором — от газового пламени в конденсированное вещество пороха. При больших внешних теплопотерях решение для стационарного распространения фронта горения не существует (см. рис. 37 — при больших a решения нет), в то время как при горении пороха стационарное решение существует, но оно оказывается неустойчивым.

Согласно приведенным соотношениям, предел горения отвечает определенному понижению температуры пламени. Чем сильнее теплоотдача, тем больше должна быть скорость пламени для того, чтобы оно могло распространяться. Действительно, еще из опытов Малляра и Ле-Шателье было известно, что чем больше скорость пламени, тем лучше проходит оно через узкие трубки, щели и капилляры. Поскольку с уменьшением диаметра трубки отвод тепла от единицы объема газовой смеси увеличивается из-за увеличения отношения боковой поверхности трубки к ее объему, то для заданной исходной смеси существует критический диаметр d_* , такой, что в трубке с диаметром меньше критического пламя распространяться не может [21, 82].

Однако в трубках с диаметром, большим критического, также может наблюдаться срыв пламени. Это связано с тепловым излучени-

ем газообразных продуктов горения, которое становится значительным при высокой температуре. Оценки показывают, что тепловые потери, обусловленные кондуктивной теплоотдачей в стенки трубы, сравнимы с потерями тепла на излучение даже для достаточно узких трубок. Расчет, проведенный в [27], показал, что при горении десятипроцентной смеси окиси углерода в воздухе потери на излучение становятся равными тепловым потерям в стенки трубы при диаметре трубы, равном 5 см. Заметим, что потери на тепловое излучение не зависят от размеров сосуда, а определяются концентрацией веществ, способных к излучению. Таким образом, учет теплового излучения продуктов горения приводит к представлению о концентрационных пределах распространения пламени.

Что касается экспериментальных данных по критическому диаметру для порохов и взрывчатых веществ, то первые из них были получены К. К. Андреевым [3]. Критический диаметр уменьшается с ростом скорости горения, т. е. с ростом давления и начальной температуры. Значения критического диаметра для семи различных баллиститных порохов при 20 атм (данные Г. Н. Беспалова) описываются зависимостью $u_a d_* = \text{const}$, где величина const своя для каждого пороха и составляет от 0,01 до 0,05 г/см·сек. Такой характер зависимости d_* от u_a предсказывается теорией, изложенной в этом параграфе. Для баллиститных порохов также наблюдается хорошее соответствие между предсказываемой теорией величиной const (0,06 ÷ 1 г/см·сек) и получаемой экспериментально. Для других конденсированных веществ расхождения с теорией могут носить как количественный, так и качественный характер (произведение $u_a d_*$ может быть не постоянным). Многочисленные исследования по определению критического диаметра при горении порохов и конденсированных взрывчатых веществ были выполнены в последнее время Б. Н. Кондриковым [47]

АВТОКОЛЕБАНИЯ ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ ФРОНТА ГОРЕНИЯ В КОНДЕНСИРОВАННОЙ СРЕДЕ

При распространении фронта горения в конденсированной среде кроме горения с постоянной скоростью возможны пульсирующие режимы горения. Существование пульсирующих режимов горения было установлено теоретически К. Г. Шкадинским, Б. И. Хайкиным и А. Г. Мержановым [83] при численном решении системы уравнений

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + qk_0 a e^{-E/RT}, \quad (14.1)$$

$$\frac{\partial a}{\partial t} = -k_0 a e^{-E/RT}, \quad (14.2)$$

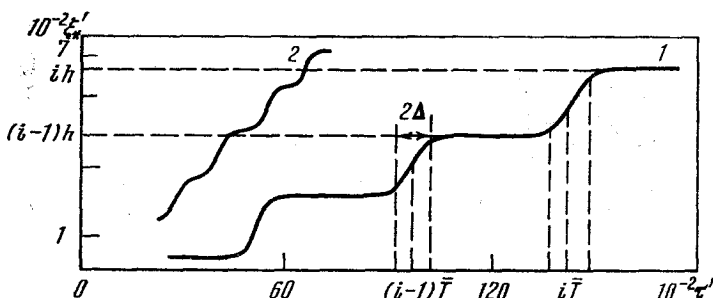
описывающих горение в конденсированной среде, при котором продукты реакции также представляют собой конденсированное вещество. Пульсирующее горение было обнаружено экспериментально при исследовании самораспространяющегося высокотемпературного синтеза [66]. Система (14.1) — (14.2) отличается от системы уравнений, описывающей распространение пламени в газах, тем, что в уравнении (14.2) отсутствует перенос вещества молекулярной диффузией. Именно это обстоятельство и является причиной возникновения автоколебаний, которые не наблюдаются в газовых пламенах.

Влияние соотношения между коэффициентами теплопроводности и диффузии лимитирующего химического превращения вещества на характер распространения зоны горения является одним из центральных вопросов в теории горения; применительно к газовым пламенам он обсуждался в монографии [29]. Так, искривленное ламинарное пламя оказывается неустойчивым по отношению к пространственным возмущениям, если коэффициент диффузии больше коэффициента теплопроводности, а при обратном соотношении между этими коэффициентами оно устойчиво. Этот вывод, сделанный на основании качественных соображений, был подтвержден количественной теорией диффузионно-тепловой неустойчивости [9]. Отметим, что Льюисом и Эльбе [56] было высказано противоположное мнение об устойчивости газового пламени: они считали, что при малом коэффициенте диффузии в пламени возникает избыток полной энтальпии вещества, и поэтому в этом случае должна возникать неустойчивость.

При равенстве коэффициентов диффузии и теплопроводности система уравнений (14.1) — (14.2) может быть сведена к одному

уравнению и, как показывает анализ [8], его решение устойчиво. Таким образом, отношение коэффициентов диффузии и теплопроводности является важным параметром, от величины которого зависит характер горения.

Изучение пульсаций зоны горения в конденсированном веществе позволило установить [83], что по мере удаления от кривой нейтральной устойчивости, разграничивающей режимы стационарного и пульсирующего горения, в глубь неустойчивой области



Р и с. 38. Зависимость координаты фронта реакции от времени при пульсирующем горении

(при увеличении энергии активации) амплитуда пульсаций скорости горения увеличивается, а сами колебания носят все более релаксационный характер: длительные депрессии скорости сменяются значительными ее всплесками. Пространственно-временные распределения температуры и концентрации свидетельствуют о том, что длительный прогрев некоторой части исходного вещества сменяется быстрым его воспламенением и сгоранием. Зависимость координаты фронта, реакции от времени, полученная с помощью численных расчетов представлена на рис. 38, взятом из работы [83] (кривые 1 и 2 соответствуют различному удалению от границы устойчивости).

Рассмотрим предельную модель распространения пульсирующего фронта горения в конденсированном веществе [55]. В ней принимается, что после сгорания очередной порции исходного вещества в течение некоторого промежутка времени происходит прогрев новой его порции до тех пор, пока не будет достигнуто условие воспламенения. После этого прогретое вещество быстро сгорает, в результате чего фронт реакции перемещается на некоторое конечное расстояние. Задача состоит в определении величины перемещения фронта горения и периода колебаний.

Предположим, что в течение всего процесса ширина зоны химической реакции значительно меньше толщины зоны подогрева и ее можно считать поверхностью, разделяющей исходное вещество и продукты горения. Введем связанную с этой поверхностью систему координат (в области $x < 0$ находится исходное вещество).

Нестационарный процесс распространения тепла в конденсированном веществе слева и справа от зоны химической реакции описывается уравнением

$$\frac{\partial \theta_i}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta_i}{\partial \xi^2} - w(\tau) \frac{\partial \theta_i}{\partial \xi} \quad (i = 1, 2) \quad (14.3)$$

со следующими граничными и начальными условиями: в зоне 1 ($x < 0, i = 1$) —

$$\tau = \tau_0, \quad \theta_1 = \theta_{01}(\xi); \quad \xi = -\infty, \quad \theta_1 = 0; \quad \xi = 0, \quad \theta_1 = \theta_s(\tau); \quad (14.4)$$

в зоне 2 ($x > 0, i = 2$) —

$$\tau = \tau_0, \quad \theta_2 = \theta_{02}(\xi); \quad \xi = 0, \quad \theta_2 = \theta_s(\tau); \quad \xi = \infty, \quad \theta_2 = 1. \quad (14.5)$$

Здесь использованы безразмерные переменные

$$\theta = \frac{T - T_0}{T_a - T_0}, \quad \xi = x \frac{u_a}{\kappa}, \quad \tau = t \frac{u_a^2}{\kappa}, \quad w(\tau) = \frac{u_1(t)}{u_1^0}, \quad (14.6)$$

$$\left(u_a^2 = \kappa \kappa_0 \frac{RT_a^2}{E(T_a - T_0)} e^{-E/RT_a} \right).$$

При написании системы уравнений предполагалось, что плотности, теплоемкости и теплопроводности исходного вещества и продуктов сгорания остаются постоянными и равными друг другу; T_a — адиабатическая температура сгорания, u_a — скорость стационарного распространения фронта реакции в конденсированной среде (см. [73]).

Так же как и при выводе интегрального уравнения для нестационарной скорости горения (см. гл. IX), используем преобразование Фурье для получения интегральных уравнений в зонах 1 и 2. В зоне 1 интегральное уравнение полностью совпадает с уравнением (9.10), в котором совершен предельный переход $\tau_0 \rightarrow -\infty$ (рассматривается режим установившихся колебаний). В зоне 2 отличие заключается в том, что нужно заменить φ_1 на $-\varphi_2$ [$\varphi_2 = -(\partial \theta_2 / \partial \xi)_{\xi=+0}$], а θ_s на $1 - \theta_s$. Складывая эти уравнения и используя связь потоков тепла на зоне реакции $\varphi_1 - \varphi_2 = w$ (см. [55]), получим

$$2\theta_s - 1 = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\tau} \frac{I(\tau, \tau')}{(\tau - \tau')^{3/2}} \exp\left[-\frac{I^2(\tau, \tau')}{4(\tau - \tau')}\right] d\tau', \quad (14.7)$$

где

$$I(\tau, \tau') = \int_{\tau'}^{\tau} w(\tau'') d\tau'' = \xi_*(\tau) - \xi_*(\tau'). \quad (14.8)$$

Здесь $\xi_*(\tau)$ — координата фронта реакции в лабораторной системе координат в момент времени τ . Периодичность функции $\theta_s(\tau)$, определяемой из этого соотношения, следует из периодичности функ-

ции $w(\tau)$. Соотношение (14.7) показывает также, что безразмерная температура в зоне химической реакции определяется законом движения фронта реакции.

Определим температуру зоны химической реакции в момент воспламенения для режима горения, заключающегося в чередовании длительного прогрева некоторой части исходного вещества и относительно быстрого его сгорания. Зададим зависимость $\xi_*(\tau)$, отвечающую указанному режиму и графически изображенную на рис. 38

$$\xi_*(\tau) = (i-1)h + \Psi_i(\Delta, \tau), \quad (i-1)\bar{T} \leq \tau \leq i\bar{T}, \quad i = -\infty, \dots, n, \quad (14.9)$$

где

$$\Psi_i(\Delta, \tau) = -\alpha h f_1^i(\Delta, \tau) + \beta h f_2^i(\Delta, \tau),$$

$$f_1^i(\Delta, \tau) = f_1\left(\frac{\tau - (i-1)\bar{T}}{\Delta}\right),$$

$$f_2^i(\Delta, \tau) = f_2\left(\frac{i\bar{T} - \tau}{\Delta}\right), \quad \alpha + \beta = 1, \quad \Delta \ll \bar{T},$$

$$f_j(0) = 1; \quad f_j = 0 \quad \text{при} \quad \tau \in [(i-1)\bar{T} + \Delta, i\bar{T} - \Delta] \quad (j = 1, 2),$$

$$f_1'(0) = f_2'(0).$$

Здесь h и \bar{T} — амплитуда и период пульсаций, 2Δ — время сгорания очередной порции вещества (см. рис. 38), $\Psi_i(\Delta, \tau)$ — переходная функция, которая описывает закон движения фронта реакции во время сгорания прогретой порции исходного вещества.

Подставив выражение для $\xi_*(\tau)$ в интегральное соотношение (14.7), определим температуру в зоне химической реакции $\theta_s(\tau)$ во временном интервале $(n-1)\bar{T} + \Delta \leq \tau \leq n\bar{T} - \Delta$, учитывая, что интеграл в правой части (14.7) удобно заменить суммой интегралов, каждый из которых берется по периоду. Проводя вычисление каждого интеграла с точностью до малых порядка Δ/\bar{T} , с которой проводится весь дальнейший расчет, получим искомую зависимость

$$2\theta_s - 1 = \sum_{i=-\infty}^{n-1} \left[\operatorname{erf}\left(\frac{h(n-i)}{2\sqrt{\tau - i\bar{T}}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{h(n-i)}{2\sqrt{\tau - (i-1)\bar{T}}}\right) \right] + \\ + \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_{(n-1)\bar{T}}^{(n-1)\bar{T} + \Delta} \frac{\alpha h f_1^n(\Delta, \tau')}{(\tau - \tau')^{3/2}} \exp\left\{-\frac{\alpha^2 h^2 [f_1^n(\Delta, \tau')]^2}{4(\tau - \tau')}\right\} d\tau'. \quad (14.10)$$

Анализ (14.10) показывает, что функция θ_s резко (на временах порядка Δ) падает от некоторого значения в начале периода, превышающего адиабатическую температуру горения (величина превышения зависит от закона движения фронта реакции на переходном участке), до меньшей величины, а затем меняется плавно.

Такое поведение функции $\theta_s(\tau)$ объясняется тем, что после сгорания очередной порции вещества температура в зоне реакции сильно повышается и производные температуры в зону продуктов реакции и в зону исходного вещества становятся очень большими, что и приводит к последующему резкому снижению температуры.

Подставляя в (14.10) $\tau = n\bar{T} - \Delta$, получим температуру в зоне реакции θ_* , при которой происходит воспламенение

$$2\theta_* - 1 = \sum_{i=-\infty}^{n-1} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{h}{2\sqrt{\bar{T}}} \sqrt{n-i} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{h}{2\sqrt{\bar{T}}} \frac{n-i}{\sqrt{n-i+1}} \right) \right]. \quad (14.11)$$

Зависимость температуры воспламенения от параметра $h/\sqrt{\bar{T}}$ является универсальной, так как θ_* не зависит от других параметров задачи.

После воспламенения и быстрого сгорания резко возрастает поток тепла от зоны продуктов реакции в область исходного вещества, что приводит к ее прогреву. Как только прогретый слой становится достаточно большим, происходит воспламенение.

Чтобы задать условие воспламенения, воспользуемся теорией воспламенения накалиной поверхностью, изложенной в главе XII. В начале периода остывания зоны химической реакции, когда производная температуры при $\xi = -0$ велика, можно пренебрегать теплом, выделяющимся в зоне реакции, по сравнению с теплом, отводящимся в глубь исходного вещества, и рассчитать его прогрев как прогрев инертного вещества с заданной на границе температурой, меняющейся со временем согласно зависимости (14.10). С точностью до малых порядка Δ/\bar{T} получим

$$\varphi_1 = \frac{\partial \theta_1}{\partial \xi}(-0, n\bar{T} - \Delta) = \frac{1 + g(z)}{2\sqrt{\pi\bar{T}}} \quad \left(z = \frac{h}{2\sqrt{\bar{T}}} \right), \quad (14.12)$$

$$g(z) = \sum_{i=-\infty}^{n-1} \left\{ \operatorname{erf} \left(\frac{z(n-i)}{\sqrt{n-i-1}} \right) - \operatorname{erf} \left(z\sqrt{n-i} \right) + \frac{1}{\sqrt{n-i+1}} \operatorname{erf} \left(z\sqrt{\frac{n-i}{n-i+1}} \right) \exp \left(-\frac{z^2(n-i)^2}{n-i+1} \right) - \frac{1}{\sqrt{n-i}} \operatorname{erf} \left(z\sqrt{\frac{n-i}{n-i-1}} \right) \exp \left[-z^2(n-i) \right] \right\}.$$

С течением времени теплоотвод в область $\xi < 0$ уменьшается, а толщина реагирующего слоя увеличивается, так что тепло, выделяющееся в зоне реакции, становится сравнимым с теплом, отводящимся в исходное вещество. Так же как и при воспламенении пороха, зададим условие воспламенения (достижения температуры

воспламенения) как равенство критическому значению φ_* теплового потока φ_1 из зоны реакции в область $\xi < 0$

$$\varphi_1 = l\varphi_* = l\sqrt{2} \frac{\varepsilon + \theta_*}{\varepsilon + 1} \exp \frac{\theta_* - 1}{2\gamma(\theta_* + \varepsilon)}, \quad \varepsilon = \frac{cT_0}{q}, \quad \gamma = \frac{RT_a}{E}. \quad (14.13)$$

Величину h , на которую перемещается фронт, можно приближенно определить по известной в момент воспламенения производной температуры вблизи зоны реакции, т. е.

$$h = m \frac{\theta_*}{\varphi_*} = m \frac{\theta_*}{\sqrt{2}} \frac{\varepsilon + 1}{\varepsilon + \theta_*} \exp \frac{1 + \theta_*}{2\gamma(\theta_* + \varepsilon)}. \quad (14.14)$$

Поправочные коэффициенты типа l и m , введенные в (14.13) и (14.14), обычно используются в теории зажигания для получения лучшего количественного совпадения теоретических зависимостей с результатами физических или численных экспериментов.

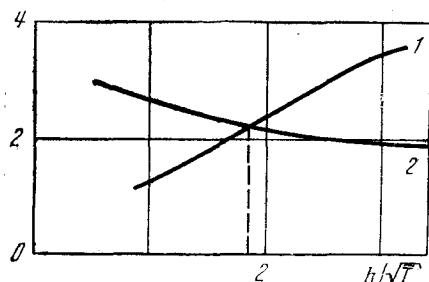
Заметим, что условие воспламенения $\varphi_1 = \varphi_*$ используется в главе XII при постоянной температуре поверхности. Здесь функция $\theta_s(\tau)$, описывающая закон изменения температуры во времени на поверхности воспламеняемого вещества, резко меняется от некоторого значения при $\tau = (n - 1)\bar{T} + \Delta$, превышающего адиабатическую температуру горения, до значительно меньшего значения за время порядка Δ , а затем

изменяется более медленно (близка к постоянной). В силу этого обстоятельства и можно с хорошей точностью применять условие воспламенения в прежней форме.

Для определения величин h и \bar{T} следует разрешить относительно этих величин соотношения (14.11) — (14.14). Удобно поступить следующим образом. Перемножив правые и левые части уравнения (14.13) и (14.14) [φ_1 выражается согласно (14.12)], получим (далее весь расчет проводится для $l = m = 1$)

$$h/\sqrt{\bar{T}} [1 + g(h/\sqrt{\bar{T}})] = 2\sqrt{\pi} \theta_*(h/\sqrt{\bar{T}}). \quad (14.15)$$

Графики левой (кривая 1) и правой (кривая 2) частей этого уравнения представлены на рис. 39. Точка пересечения кривых определяет искомое значение $h/\sqrt{\bar{T}} = 1,89$, $\theta_* = 0,625$. Заметим, что указанные значения величин $h/\sqrt{\bar{T}}$ и θ_* являются универсальными для всех режимов, соответствующих распространению фронта химической реакции «скачками». Таким образом, весь расчет сводится к определению величины h по формуле (14.14)



Р и с. 39. Графическое решение уравнения (14.15)

при заданных значениях параметров ε , γ и при $\theta_* = 0,625$ и последующему вычислению периода пульсаций $\bar{T} = (h/1,89)^2$ и средней скорости распространения фронта химической реакции $\bar{w} = h/\bar{T}$.

Проведем сравнение с выполненными в работе [83] численными расчетами, результаты которых представлены на рис. 38 в безразмерных переменных, принятых в этой работе, $\xi_* = x u'_a / \kappa$, $\tau' = t u_a'^2 / \kappa$ (u'_a — стационарная скорость распространения фронта реакции на границе устойчивости, соответствующей $\gamma = 0,1619$). Для режима 1 (кривая 1), отвечающего $\gamma = 0,0952$, $\varepsilon = 0,05$, находим $h' = h (u_a / u'_a) = 180$, $T' = \bar{T} (u'_a / u_a)^2 = 4600$, $\bar{w}' = \bar{w} (u_a / u'_a) = 0,039$. С другой стороны, из формулы (14.14) следует $h' = 145$, что дает $\bar{T}' = 5810$ и $\bar{w}' = 0,025$. Для режима 2 (кривая 2), соответствующего $\gamma = 0,1048$, $\varepsilon = 0,05$, численный расчет дает $h' = 125$, $\bar{T}' = 1450$, $\bar{w}' = 0,086$, а вычисления по нашим формулам — $h' = 64$, $\bar{T}' = 1150$ и $\bar{w}' = 0,056$.

Таким образом, вычисления показывают, что при уменьшении параметра γ (увеличении энергии активации) период пульсаций скорости горения и величина перемещения фронта реакции за время одного колебания увеличиваются, а средняя скорость уменьшается. Приведенное сравнение с результатами численных расчетов свидетельствует о том, что рассмотренная модель пульсирующего горения конденсированных систем правильно передает основные черты процесса и удовлетворительно согласуется количественно с результатами расчетов на ЭВМ.

Авторы надеются, что читатель, ознакомившись с этой небольшой монографией по теории нестационарного горения пороха, заинтересуется вопросами горения пороха и твердых ракетных топлив. Наука о горении предоставляет широкое поле деятельности специалистам различных интересов; она включает в себя гидро- и газодинамику, теорию тепло- и массопереноса, кинетику химических реакций, излучение, исследование механических свойств веществ и другие вопросы механики сплошных сред. Теоретические исследования, проводимые с привлечением серьезного математического аппарата, в науке о горении должны сочетаться с разнообразными экспериментальными работами, связанными с изучением детальных механизмов химического превращения при горении, регистрацией быстропотекающих нестационарных явлений, изучением структуры неравновесных зон с резким изменением температуры и других параметров. Необходимо поэтому привлекать к экспериментам с порохами весь арсенал современных методов физического эксперимента. Далек не исчерпаны области технических приложений горения пороха; в этом направлении следует ожидать новых неожиданных решений.

1. А. П. Алдушин, Т. М. Мартемьянова, А. Г. Мержанов, Б. И. Хайкин, К. Г. Шкадинский. Физика горения и взрыва, 5, 613 (1973).
2. В. В. Александров. Кандидатская диссертация. Новосибирск, ИХК и Г СО АН СССР, 1970.
3. К. К. Андреев. Термическое разложение и горение взрывчатых веществ. М., «Наука», 1966.
4. З. И. Аристова, О. И. Лейпунский. ЖФХ, 11, 1391 (1946).
5. З. И. Аристова, О. И. Лейпунский. ДАН СССР, 54, 503 (1946).
6. И. Г. Ассовский, А. Г. Истратов, В. Б. Либрович. ПМТФ, 6, 57 (1971).
7. И. Г. Ассовский. Кандидатская диссертация. М., ИПМ АН СССР, 1973.
8. Г. И. Баренблатт, Я. Б. Зельдович. ПММ, 21, 856 (1957).
9. Г. И. Баренблатт, Я. Б. Зельдович, А. Г. Истратов. ПМТФ, 4, 21 (1962).
10. Г. И. Баренблатт, Я. Б. Зельдович. Усп. матем. наук, 26, 158 (1971).
11. М. В. Бекстед, Н. В. Райан, Д. Бир. Ракетная техника и космонавтика, 9, 152 (1966).
12. А. Ф. Беляев. ДАН СССР, 24, 253 (1939).
13. А. Ф. Беляев. ЖФХ, 14, 1009 (1940).
14. А. Ф. Беляев. Докторская диссертация. М., ИХФ АН СССР, 1946.
15. В. Н. Вилюнов. Физика горения и взрыва, 2, 77 (1966).
16. И. М. Гельфанд. Усп. матем. наук, 14, 149 (1959).
17. Ю. А. Гостинцев, А. Д. Марголин. ПМТФ, 5, 167 (1964).
18. Ю. А. Гостинцев, А. А. Суханов, П. Ф. Похил. ПМТФ, 5, 60 (1971).
19. И. П. Граве. Военно-исторический журнал, 2, 93 (1971).
20. Г. Деч. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа и Z-преобразование. М., «Наука», 1971.
21. В. Ф. Заказнов, А. И. Розловский, И. И. Стрижевский. Физика горения и взрыва, 2, 109 (1966).
22. Я. Б. Зельдович, Д. А. Франк-Каменецкий. ЖФХ, 12, 100 (1938).
23. Я. Б. Зельдович, Д. А. Франк-Каменецкий. ДАН СССР, 19, 693 (1938).
24. Я. Б. Зельдович. ЖЭТФ, 9, 1530 (1939).
25. Я. Б. Зельдович, Н. Н. Семенов. ЖЭТФ, 10, 1116 (1940).
26. Я. Б. Зельдович, Н. Н. Семенов. ЖЭТФ, 10, 1427 (1940).
27. Я. Б. Зельдович. ЖЭТФ, 11, 159 (1941).
28. Я. Б. Зельдович. ЖЭТФ, 12, 498 (1942).
29. Я. Б. Зельдович, В. В. Воеводский. Тепловой взрыв и распространение пламени в газах. М., ММИ, 1947.
30. Я. Б. Зельдович, Ю. Х. Шаулов. ЖФХ, 20, 1359 (1946).
31. Я. Б. Зельдович. ЖФХ, 22, 27 (1948).
32. Я. Б. Зельдович, М. А. Ривин, Д. А. Франк-Каменецкий. Импульс реактивной силы пороховых ракет. М., Оборонгиз, 1963.
33. Я. Б. Зельдович. ДАН СССР, 150, 183 (1963).
34. Я. Б. Зельдович. ПМТФ, 1, 67 (1963).
35. Я. Б. Зельдович. ПМТФ, 3, 126 (1964).
36. Я. Б. Зельдович. Физика горения и взрыва, 7, 463 (1971).
37. А. А. Зенин. Измерение распределения температуры при горении порохов с помощью микротермопар. М., отчет ИХФ АН СССР, 1960.
38. А. А. Зенин. Кандидатская диссертация. М., ИХФ АН СССР, 1962.
39. А. А. Зенин. Физика горения и взрыва, 3, 67 (1966).
40. А. А. Зенин. ДАН СССР, 213, 1357 (1973).
41. А. А. Зенин, О. И. Лейпунский, А. Д. Марголин, О. И. Нефедова, П. Ф. Похил. ДАН СССР, 169, 619 (1966).

42. А. А. Зенин, О. И. Нефедова. Физика горения и взрыва, 1, 46 (1967).
43. А. А. Зенин, В. В. Новожилов. Физика горения и взрыва, 9, 246 (1973).
44. А. Г. Истратов, В. Б. Либрович, В. В. Новожилов. ПМТФ, 3, 139 (1964).
45. А. Г. Истратов, В. Б. Либрович. ПМТФ, 5, 38 (1964).
46. А. А. Ковальский, Э. В. Конев, Б. В. Красильников. Физика горения и взрыва, 3, 547 (1967).
47. Б. Н. Кондриков. Физика горения и взрыва, 5, 51 (1969).
48. А. И. Коротков, О. И. Лейпунский. Сб. «Физика взрыва», № 2. М., Изд-во АН СССР, 1953, стр. 213.
49. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Механика сплошных сред. М., Гостехтеориздат, 1953.
50. О. И. Лейпунский. Докторская диссертация. М., ИХФ АН СССР, 1945.
51. О. И. Лейпунский, В. И. Колесников-Свинарев, В. Н. Маршаков. ДАН СССР, 154, 907 (1964).
52. В. Б. Либрович. ПМТФ, 6, 74 (1963).
53. В. Б. Либрович. ПМТФ, 2, 36 (1968).
54. В. Б. Либрович, В. В. Новожилов. ПМТФ, 4, 34 (1971).
55. В. Б. Либрович, Г. М. Махвиладзе. ПМТФ, 6 (1974).
56. Б. Льюис, Г. Эльбе. Горение, пламя и взрывы в газах. М., «Мир», 1968.
57. Э. И. Максимов, А. Г. Мержанов. ДАН СССР, 157, 412 (1964).
58. Э. И. Максимов, А. Г. Мержанов. Физика горения и взрыва, 1, 47 (1966).
59. В. М. Мальцев. Кандидатская диссертация. М., ИХФ АН СССР, 1961.
60. Г. Б. Манелис, Ю. И. Рубцов, Л. П. Смирнов, Ф. И. Дубовицкий. Кинетика и катализ, 3, 42 (1962).
61. А. Д. Марголин, П. Ф. Похил. ДАН СССР, 150, 1304 (1963).
62. В. М. Маргулис, А. Д. Марголин, М. И. Левичек, П. Ф. Похил, А. И. Ларин. Физика горения и взрыва, 6, 126 (1970).
63. В. Н. Маршаков, О. И. Лейпунский. Физика горения и взрыва, 3, 232 (1967).
64. В. Н. Маршаков, О. И. Лейпунский. Физика горения и взрыва, 5, 3 (1969).
65. А. Г. Мержанов. ДАН СССР, 135, 1439 (1960).
66. А. Г. Мержанов, А. К. Филоненко, И. П. Боровинская. ДАН СССР, 208, 892 (1973).
67. Ф. М. Морс, Г. Феибах. Методы теоретической физики. М., ИЛ, 1958.
68. С. С. Новиков, Ю. С. Рязанцев. ПМТФ, 1, 57 (1965).
69. С. С. Новиков, Ю. С. Рязанцев. ПМТФ, 3, 43 (1965).
70. С. С. Новиков, Ю. С. Рязанцев. ПМТФ, 2, 57 (1966).
71. В. Б. Новожилов. ПМТФ, 4, 157 (1965).
72. В. В. Новожилов. ПМТФ, 4, 73 (1970).
73. В. В. Новожилов. Нестационарное горение твердых ракетных топлив. М., «Наука», 1973.
74. П. Ф. Похил. Докторская диссертация. М., ИХФ АН СССР, 1954.
75. П. Ф. Похил, О. И. Нефедова, А. Д. Марголин. ДАН СССР, 145, 860 (1962).
76. Проблемы турбулентности. Сб. переводов. М.—Л., ОНТИ, 1936.
77. А. И. Розловский. ДАН СССР, 196, 152 (1971).
78. Ф. Трикоми. Интегральные уравнения. М., ИЛ, 1960.
79. В. А. Фрост, В. Л. Юмашев. ПМТФ, 3, 92 (1973).
80. Б. И. Хайкин, А. Г. Мержанов. ДАН СССР, 173, 1382 (1967).
81. Я. М. Шапиро, Г. Ю. Мазинг, Н. Е. Прудников. Теория ракетного двигателя на твердом топливе. М., Воениздат, 1966.
82. Ю. Х. Шаулов. Исследование расширения пламени через пористые среды. Баку, Изд-во АН АзССР, 1954.
83. К. Г. Шкадинский, Б. И. Хайкин, А. Г. Мержанов. Физика горения и взрыва, 7, 19 (1971).
84. M. R. Denison, E. Baum. ARS Journal, 31, 1112 (1961).
85. I. D. Haffington. Trans. Far. Soc., 50, 942 (1954).
86. C. A. Heller, A. S. Gordon. J. Phys. Chem., 59, 773 (1955).
87. R. A. Yuont, T. A. Angelus. AIAA Journal, 2, 1307 (1964).

ОГЛАВЛЕНИЕ

Глава	I. Развитие науки о горении пороха. Краткий исторический экскурс	3
Глава	II. Физико-химические параметры зон горения пороха . . .	12
Глава	III. Общие положения теории нестационарного горения . .	25
Глава	IV. Основные модели нестационарного горения	29
Глава	V. Модель горения пороха с переменной температурой поверхности	42
Глава	VI. Горение пороха в потоке газа	47
Глава	VII. Горение пороха при световом облучении	56
Глава	VIII. Теория нестационарного горения при малых изменениях скорости горения	59
	§ 1. Условие устойчивости стационарного горения . .	63
	§ 2. Нестационарное горение при небольших изменениях давления	71
	§ 3. Акустические свойства горячей поверхности пороха	76
	§ 4. Критерий линейной неустойчивости стационарного горения пороха в небольших камерах сгорания . .	79
Глава	IX. Интегральное уравнение теории нестационарного горения пороха	85
Глава	X. Автомодельный режим горения пороха	92
Глава	XI. Метод интегральных соотношений в теории нестационарного горения пороха	103
	§ 1. Предсказание нестационарной скорости горения и погасания пороха	103
	§ 2. Нестационарное горение тонких пластин пороха .	109
	§ 3. Теория воспламенения пороха горячими газами .	110
Глава	XII. Воспламенение пороха при контакте с горячей поверхностью	114
Глава	XIII. Пределы распространения фронта горения в условиях теплоотвода	117
Глава	XIV. Автоколебания при распространении фронта горения в конденсированной среде	121
	Заключение	128
	Литература	129

Опечатки и исправления

Стр.	Строка	Напечатано	Должно быть
8	24 св.	термогазодинамическими	термодинамическим
15	18 св.	$\delta = l'_1/l'_2$	$\delta = l'_1/l'_1$
53	21 св.	отделением	определением
86	3 св.	ω	ω
123	11 св.	u_1^0	u_a

Я. Б. Зельдович и др.

Яков Борисович Зельдович,
Овсей Ильич Лейпунский,
Вадим Брониславович Либрович

ТЕОРИЯ НЕСТАЦИОНАРНОГО ГОРЕНИЯ ПОРОХА

Утверждено к печати
Институтом проблем механики

Редактор Г. М. Махвиладзе
Художник А. А. Куценко
Художественный редактор А. Н. Жданов
Технический редактор Н. Н. Кузнецова
Корректоры М. С. Бочарова, В. А. Гурова

Сдано в набор 23/XII 1974 г.
Подписано к печати 11/IV 1975 г.
Формат 60×90^{1/16}
Бумага типографская № 2
Усл. печ. л. 8,25 Уч.-изд. л. 8
Тираж 2200 Т-07023 Тип. зак. 1516
Цена 54 коп.

Издательство «Наука»
103717 ГСП, Москва, К-62, Подсосенский пер., 21
2-я типография издательства «Наука»
12199, Москва, Г-99, Шубинский пер., 10